

L'impact curriculaire des technologies sur l'éducation mathématique¹

Michèle Artigue

LDAR, Université Paris Diderot-Paris 7,
Sorbonne Paris Cité
France
michele.artigue@univ-paris-diderot.fr

Résumé²

Depuis de nombreuses années, les systèmes éducatifs essaient de mettre les potentialités qu'offrent les technologies informatiques au service de l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Mais quel a été exactement l'impact curriculaire des technologies sur l'éducation mathématique et comment penser l'avenir ? Dans cette contribution à la table ronde, je me propose de relire l'histoire déjà longue des relations entre technologies informatiques et éducation mathématique pour essayer de répondre à ces questions, en m'appuyant sur mon expérience personnelle d'enseignante et de didacticienne mais aussi sur ce que nous apprennent les deux études que l'ICMI a consacrées à ce domaine à vingt ans d'intervalle.

Mots clefs

mathématiques, informatique, curriculum, technologies, didactique, instrumentation.

Abstract

For many years school systems have tried to incorporate the potential offered by information technologies into the teaching and learning of math. But what exactly has been the curricular impact of technology on math education and how can we think about its future? To contribute to this round table, I began to reread the already long history of the relationship between information technologies and math education to try to respond to such questions. I was supported in this rereading by my personal experience as a teacher and didactician, but also by the two ICMI Studies devoted to this field in a twenty year interval.

Key words

mathematics, informatics, curriculum, technology, teaching, instrumentation.

1 Introduction

Il y a en effet entre enseignement des mathématiques et technologies informatiques ou numériques une longue histoire vieille maintenant de plusieurs décennies. Pour

¹ Este trabajo corresponde a la participación de la autora en una mesa redonda realizada en la XIII CIAEM, celebrada en Recife, Brasil el año 2011.

² El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

réfléchir sur l'impact curriculaire réel ou potentiel des technologies sur l'éducation mathématique, il me semble intéressant de se repencher brièvement sur cette histoire pour essayer d'en tirer les leçons. C'est ce que je vais faire dans la première partie de ce texte, avant de me situer dans la seconde partie dans une attitude plus prospective. Dans cette réflexion, je vais m'appuyer sur mon expérience personnelle, puisqu'à la fois comme enseignante et comme didacticienne je me suis investie dans ces questions depuis une trentaine d'années, mais aussi sur les réflexions internationales dans ce domaine, telles qu'elles sont notamment reflétées dans les deux études que l'ICMI a consacrées à ces questions et qui ont conduit aux ouvrages (ICMI, 1985), (Cornu & Ralston, 1992), (Hoyles & Lagrange, 2010).

2 Enseignement des mathématiques et technologies numériques : une longue histoire

2.1 Les débuts de l'histoire : programmation et calcul

Les débuts des relations entre enseignement des mathématiques et technologies numériques ont été marqués par la proximité entre mathématiques et informatique, à une époque où l'informatique était encore institutionnellement très liée aux mathématiques. L'accent était alors mis sur algorithmique et programmation et sur les possibilités offertes par la technologie pour assister le calcul. On voyait notamment dans ces usages de la technologie le moyen de refléter dans l'enseignement l'évolution des sciences mathématiques elles-mêmes, celle de soutenir l'encapsulation de processus mathématiques en objets comme par exemple dans les travaux d'Ed Dubinsky qui allaient donner naissance à la théorie APOS (Dubinsky, 1991) (Dubinsky & McDonald, 2001), et aussi déjà la possibilité de soutenir une approche expérimentale des mathématiques. L'idée de micromonde portée par Seymour Papert et le langage LOGO (Papert, 1980) émergeait, théorisant ces potentialités technologiques dans ce qui allait devenir la vision constructionniste de l'apprentissage.

2.2 Le développement des interfaces graphiques : une nouvelle vision des potentialités

Très vite cependant, les interfaces graphiques se développent et avec elles les possibilités de visualisation. De nouvelles portes s'ouvrent. Dans le champ du Calculus et de l'Analyse par exemple, ces potentialités sont rapidement exploitées comme en témoignent par exemple les premiers travaux de David Tall dans ce domaine autour du logiciel Graphic Calculus (Tall, 1991). Pour moi, ces avancées technologiques se traduisent par l'idée qu'un autre enseignement des équations différentielles devient possible au début de l'université, plus respectueux de l'épistémologie du champ et de ses évolutions récentes. Au lieu de rester centré sur la résolution des quelques familles d'équations différentielles intégrables, il peut conjuguer résolution exacte, approche qualitative et approche numérique. Les expérimentations que je mène avec Marc Rogalski et ses collègues à l'université de Lille sont un réel succès (Artigue, 1989). Mais ce succès qui, au-delà de l'utilisation de la technologie, repose sur un changement de rapport institutionnel au registre graphique, restera à l'époque local. La première étude

ICMI mentionnée ci-dessus réalisée en 1985, qui concerne l'influence de l'informatique sur les mathématiques et leur enseignement, reflète très bien l'état de la réflexion à cette époque, la diversité et la richesse des expérimentations déjà réalisées mais elle ne manque pas de souligner que ce qu'elle donne à voir sont des potentialités, des expérimentations réussies menées par des enseignants et chercheurs motivés mais aussi très locales. On est loin, affirment les auteurs, d'un impact curriculaire à grande échelle qui touche l'enseignant et la classe ordinaire.

En effet, l'impact est déjà visible dans divers pays, mais au niveau du curriculum officiel. Par exemple, en France, des projets relativement ambitieux se mettent en place dès le début des années 80 ainsi que des formations lourdes pour les enseignants en relation avec la création d'une option Informatique au lycée (Baron, 1987). Les calculatrices sont officiellement prise en compte dans les programmes dès le début des années 80 et autorisées très vite sans limitation au baccalauréat. Les IREM (Instituts de recherche pour l'enseignement des mathématiques) développent formations et ressources pour soutenir les évolutions souhaitées et se lancent aussi dans la production de logiciels. En 1985, les écoles primaires et les collèges sont équipés dans le cadre du plan IPT (Informatique Pour Tous), mais malgré ces efforts l'impact sur le curriculum réel, le quotidien des classes reste marginal. On incrimine à l'époque l'équipement largement insuffisant et la qualité de l'offre logicielle mais l'on sent déjà que ces arguments ne suffisent pas à expliquer le décalage croissant dans ce domaine entre les pratiques scientifiques et sociales et l'enseignement des mathématiques.

Par ailleurs, l'évolution technologique va favoriser le développement de nouveaux logiciels, et en particulier celui des logiciels de géométrie dynamique, Cabri-géomètre, Sketchpad suivis ensuite de très nombreux autres. Ils favorisent des approches différentes, mettant l'accent sur les possibilités de manipulation directe des réifications des objets géométriques accessibles à l'écran. Dans les calculatrices aussi, ce qui nécessitait auparavant programmation, notamment pour les algorithmes numériques, est de plus en plus encapsulé dans des commandes d'accès direct. La technologie devient un outil que l'on peut considérer comme une boîte noire au même titre que bon nombre de technologies d'usage social commun. Ceci impacte les choix curriculaire et c'est le cas en France par exemple. L'option Informatique est supprimée, le langage LOGO et les activités de programmation qui lui étaient associés, valorisés dans le cadre du plan IPT, disparaissent de la scène éducative avant que les possibilités qu'ils offraient n'aient été réellement mesurées et exploitées. C'est la vision de la technologie comme outil didactique et pédagogique qui devient dominante dans les curricula.

2.3 La recherche sur les CAS et le développement d'une sensibilité instrumentale

Les logiciels que j'ai évoqués jusqu'ici étaient des logiciels produits à des fins d'enseignement. Mais l'enseignement secondaire des mathématiques est aussi progressivement touché par des technologies initialement conçues à des fins plus professionnelles, comme les logiciels de calcul formel jusqu'alors réservés à l'enseignement universitaire ou les tableurs créés pour la comptabilité. Leur entrée sur cette scène éducative soulève d'autres questions. C'est le cas notamment pour les CAS qui sont en effet des produits professionnels puissants mais dont l'ergonomie n'est en rien comparable à celle des logiciels de géométrie dynamique ou autres micromondes éducatifs. Les diffi-

cultés qui en résultent dans les expérimentations où les usages restent généralement épisodiques, comme celles que nous menons au début des années 90 dans le cadre de projets nationaux lancés par le Ministère de l'Éducation en France (Artigue, 1997), nous sensibilisent à une question jusque là ignorée dans les recherches en didactique des mathématiques concernant les technologies : celle des genèses instrumentales (Rabardel, 1995) qui permettent de faire d'un artefact, calculatrice ou logiciel, un instrument de travail mathématique, des connaissances mathématiques et technologiques sous-tendant ces genèses et de leur prise en charge par l'enseignement. Comme je l'ai déjà expliqué à un précédent colloque de la CIAEM (Artigue, 2007), ces travaux sur les CAS nous incitent également à questionner le discours qui accompagne la promotion de ces technologies, un discours qui oppose travail technique et conceptuel et laisse penser que les CAS, en prenant en charge le travail technique usuel de l'élève, lui permettraient de se centrer sur une activité conceptuelle. Les expérimentations menées montrent que c'est une vision erronée : le travail technique change certes de nature mais ne disparaît pas, et méconnaître les rapports dialectiques existant entre travail technique et conceptuel dans ce type d'environnement comme dans tout type d'environnement d'apprentissage, peut se constituer en obstacle didactique. Les recherches menées attirent ainsi l'attention sur la double fonctionnalité des techniques enseignées en mathématiques. Elles ont une fonctionnalité pragmatique : elles produisent des résultats, et une fonctionnalité épistémique : elles contribuent à la compréhension des objets mathématiques qu'elles engagent, et leur légitimité didactique repose sur ces deux fonctionnalités à la fois. Les environnements numériques modifient de ce point de vue les équilibres culturellement établis, étant source de techniques instrumentées à forte fonctionnalité pragmatique mais dont la fonctionnalité épistémique est à construire. Ainsi deviennent compréhensibles des résistances qui sont l'expression du malaise ressenti face à des ruptures d'équilibres face auxquelles les enseignants se retrouvent démunis. J'ajouterai qu'ils le seront d'autant plus qu'ils refuseront de voir dans la technologie autre chose qu'un adjuvant pédagogique au service d'apprentissages dont les finalités sont pensées sans prendre en compte la réalité des pratiques mathématiques actuelles et les évolutions qui en résultent en termes de besoins d'apprentissage. Face à ces difficultés, longtemps sous-estimées, la tentation est grande de voir une solution dans le rejet de la technologie ou sa marginalisation curriculaire pour conserver au maximum les équilibres anciens. C'est une solution qui s'exprime avec récurrence dans les débats concernant l'impact curriculaire des technologies, mais sans avenir car elle consomme la rupture entre le monde de l'enseignement et tout ce qui lui est extérieur.

Ce que nous apprend l'approche instrumentale, c'est que penser l'apprentissage des mathématiques c'est le penser avec les outils qui sont ceux du travail mathématique aujourd'hui et en référence aux pratiques mathématiques actuelles, c'est gérer dans la durée la progression conjointe des connaissances mathématiques et instrumentales, c'est penser l'interaction entre techniques papier-crayon et techniques instrumentées, et développer pour ces dernières également un « discours technologique » consistant, au sens donné à ce terme dans la théorie anthropologique du didactique. Les besoins mathématiques ne sont pas nécessairement ceux du curriculum officiel. Il suffit de penser aux connaissances nécessaires pour comprendre les processus de représentation des nombres et expressions algébriques, les réécritures provoquées par les commandes

algébriques et la simplification, la discrétisation des représentations graphiques. Ceci pose la question de l'intégration curriculaire des technologies dans des termes sensiblement renouvelés et peu compatibles avec la vision dominante de ces outils logiciels comme simples adjuvants didactiques et pédagogiques.

Il est de ce point de vue intéressant de noter que les nouveaux programmes du lycée en France qui se mettent actuellement en place reviennent sur les choix curriculaire qui, en France, ont vu depuis deux décennies la domination quasi-exclusive d'une vision outil des technologies. On assiste en effet à un certain retour de la dimension objet, avec d'une part l'introduction d'une composante d'algorithmique dans les programmes de mathématiques sur les années du lycée et, parallèlement, l'introduction d'une nouvelle option en terminale scientifique intitulée : « Informatique et sciences du numérique ».

2.4 Des logiciels aux technologies de l'information et de la communication

A la fin des années 90, alors même que les systèmes éducatifs peinent toujours à intégrer efficacement les technologies déjà anciennes que sont les calculatrices, les logiciels de géométrie dynamique et autres micromondes, c'est un autre changement majeur qui intervient avec la généralisation de l'Internet, le passage des logiciels dédiés aux technologies de l'information et de la communication. Nous avons aujourd'hui pris depuis la mesure de ce changement : des ressources nouvelles et multipliées, d'accès immédiat et de plus en plus délocalisé, des usages nouveaux, plus individualisés et différenciés, plus distants aussi et, associées, des métaphores renouvelées pour l'enseignement et l'apprentissage mettant l'accent sur la collaboration, la participation, alors que les décennies précédentes avaient mis l'accent sur la construction. A ceci s'ajoute le fait que, de plus en plus, des projets se développent qui s'inscrivent dans des échelles supra-nationales, comme c'est le cas par exemple en Europe, et que ce qui se produit à ces échelles influence de plus en plus les politiques curriculaire locales.

Le paysage éducatif en mathématiques mais aussi de façon plus générale, en est profondément modifié et donc l'impact curriculaire possible de la technologie. Par exemple, en France, c'est avec la réforme du lycée de 2000 qu'Internet va réellement pénétrer dans le curriculum. Il le fait notamment par l'intermédiaire des TPE (Travaux Personnels Encadrés). Dans le cadre des TPE, les élèves de première (grade 11) disposent de 2h par semaine pour mener en petit groupes un projet pluridisciplinaire dont ils définissent eux-mêmes le sujet dans le cadre d'une liste nationale de thèmes généraux. Il est explicitement mentionné dans les compétences que ces projets doivent aider à développer, celle de la recherche de ressources sur Internet et de l'utilisation critique de telles ressources. Ces mêmes programmes voient aussi un renforcement de l'enseignement statistique avec une initiation à la statistique inférentielle, et les enseignants sont invités à utiliser pour cet enseignement des bases de données statistiques accessibles sur des sites spécifiques. Plus récemment, s'est imposée l'idée que l'École doit assurer à tous les élèves un certain niveau de « littéracie numérique ». Différentes certifications informatiques et internet jalonnent la scolarité, comme autant d'étapes à franchir, dans cette littéracie, et les futurs enseignants doivent aussi obtenir un certificat spécifique (<http://www.educnet.education.fr/dossier/b2ic2i>). Les différentes disciplines doivent contribuer à cette formation et à sa validation, dont bien sûr les mathématiques. On observe donc là une nouvelle forme d'impact curriculaire touchant les

mathématiques même si ce ne sont pas les apprentissages mathématiques qui en sont le principal enjeu. En fait c'est toute l'organisation scolaire qui se transforme du fait de la numérisation de la société comme l'illustre la création d'espaces numériques de travail pour les établissements scolaires (<http://www.educnet.education.fr>) et de dispositifs comme le dispositif Pairform@nce pour organiser et mutualiser les ressources en termes de formation des enseignants (<http://national.pairformance.education.fr/>). Tout ceci impacte de façon plus ou moins directe les modes de travail des enseignants et des élèves, les ressources utilisées par les uns et les autres, les interactions didactiques.

Internet et les technologies de l'information et de la communication impactent aussi l'enseignement parce que se multiplient des ressources en ligne visant spécifiquement l'enseignement des mathématiques et intégrant une interaction didactique, bases d'exercices, tutoriels, des ressources le plus souvent utilisables à la fois en classe en réseau et hors classe. En France, les ressources produites par l'association d'enseignants Sésamath (<http://www.sesamath.net/>) autour de la base Mathenpoche illustrent particulièrement bien cette évolution. Créée par un petit groupe de jeunes enseignants en 2001, Sésamath a commencé à développer ses ressources quasiment en marge de l'institution, soutenue par quelques uns mais regardée avec méfiance par beaucoup. Elle occupe aujourd'hui une place centrale en France et dans le monde francophone dans la création de ressources en ligne libres et gratuites et a créé la revue en ligne *Mathematice*. Quelques chiffres fournis dans l'annexe concernant cette association d'un document récemment publié par l'UNESCO (2011) en témoignent : 1 300 000 de visites par mois sur son site, 15 000 professeurs de Mathématiques inscrits à sa lettre de diffusion, 6000 professeurs inscrits sur le site privé Sesaprof créé en 2008, 500 000 élèves inscrits sur Mathenpoche-réseau. Tout en maintenant son identité et sa vision des ressources éducatives, « non comme des objets qui sont diffusés seulement après avoir été patiemment élaborés, testés et améliorés, mais comme des objets beaucoup plus rapidement partagés, ne prétendant pas être optimaux mais pensés pour pouvoir évoluer et être adaptés en permanence dans le cadre d'un travail collaboratif », l'association collabore maintenant avec diverses équipes de recherche. Ces équipes analysent les ressources et proposent des améliorations, elles contribuent au développement de Mathenpoche par l'intégration de produits issus de la recherche (cf. par exemple le projet régional PICRI dont est porteur mon laboratoire de recherche (Grugeon-Allys & al., 2011)) mais aussi étudient la façon dont les usagers, élèves et enseignants, s'approprient ces ressources et ce qui en résulte au niveau des pratiques d'enseignement comme des apprentissages (cf. par exemple les partenariats de l'association avec les IREM (Gueudet, 2007) et l'IFE (Institut Français d'Education, anciennement INRP). Ainsi se mettent en place de nouvelles synergies et émergent des impacts curriculaires qui n'obéissent pas aux seules stratégies « top-down » prévues par l'institution.

Cette évolution technologique contribue aussi, comme nous l'avons souligné plus haut, à ouvrir les frontières. Les ressources en ligne qui peuvent nourrir l'enseignement et l'apprentissage peuvent avoir été produites en un quelconque endroit de notre planète, pourvu qu'elles nous soient linguistiquement accessibles comme le montrent les travaux récents sur les genèses documentaires (Gueudet & Trouche, 2010). De plus, des efforts spécifiques sont faits pour favoriser cette accessibilité mais aussi pour mutualiser les ressources, capitaliser les connaissances. C'est par exemple le cas en Europe avec des projets comme le projet Intergeo (<http://i2geo.net>), qui vise la mutualisation des res-

sources en géométrie dynamique, ou le projet ReMath, pour ne citer que deux exemples parmi bien d'autres. ReMath (<http://remath.cti.gr>) a émergé de TELMA, une équipe du réseau d'excellence Kaleidoscope (<http://www.noe-kaleidoscope.org>) visant à renforcer la collaboration et capitaliser les acquis au niveau européen sur tout ce qui concerne le « Technology Enhanced Learning » (Artigue, 2009). Il est, quant à lui, plus particulièrement centré sur les potentialités offertes par les représentations numériques à l'apprentissage des mathématiques. Même quand les technologies numériques ne sont pas au cœur du projet lui-même, elles sont indispensables à son développement et à ses retombées. Je pense par exemple au projet Comenius LEMA visant à soutenir des pratiques d'enseignement basées sur la modélisation et les applications en mathématiques dont les ressources sont accessibles en six langues (<http://lema-project.hu/>) ou aux projets qui, tels Fibonacci et Primas, visent aujourd'hui le développement à grande échelle de l'IBSME (Inquiry Based Science and Mathematics Education, www.fibonacci-project.eu www.primas-project.eu).

Il s'agit donc bien entre l'enseignement des mathématiques et les technologies numériques d'une longue histoire, une histoire qui met en jeu des dynamiques complexes dans des contextes en constante et rapide évolution, et qui affecte les curricula mathématiques à la fois de façon directe et indirecte. Quelles leçons peut-on en tirer pour penser le futur ?

3 Des leçons du passé à une vision prospective

Si l'on revient au début de cette histoire, ses débuts sont marqués par la conviction affichée que l'informatique et les technologies associées vont changer profondément et rapidement l'enseignement des mathématiques dans ses contenus comme dans ses formes. Très vite, de nombreuses expériences positives renforcent ces convictions et aident à identifier les potentialités offertes par les différentes technologies qui deviennent progressivement accessibles. Mais assez vite aussi, s'impose la difficulté de passer de réussites locales dans des environnements protégés et contrôlés à des succès à plus grande échelle.

Vingt ans après la première étude ICMI, la seconde étude a bien montré que, malgré la multiplication des recherches et des expériences positives, malgré la multiplication et la diversification des ressources technologiques, malgré l'existence croissante de projets à grande échelle, malgré la numérisation de nos sociétés qui affecte les systèmes éducatifs et fait que l'on ne peut plus nier l'impact curriculaire des technologies, une intégration efficace des technologies numériques à l'enseignement des mathématiques à grande échelle reste encore un problème non résolu. Nous ne pouvons cependant pas dire que nous sommes par rapport à cette question dans le même état qu'il y a vingt ans.

Nous avons, grâce aux recherches et à l'expérience acquise, une bien meilleure compréhension des potentialités offertes par un certain nombre de technologies et des conditions à satisfaire pour actualiser ces potentialités. La géométrie dynamique, objet systématique de recherche depuis plus de vingt ans, et sans doute aussi une des technologies qui a eu le plus d'impact sur l'enseignement, en est un exemple particu-

lièrement illustratif. Il est ainsi intéressant de re-parcourir les travaux menés dans ce domaine, d'y lire l'évolution des connaissances avec, en parallèle, celle des constructions conceptuelles qui permettent de les exprimer. L'évolution du regard porté sur le « dragging » au fil des recherches en est, me semble-t-il, un très bon exemple (Laborde & Capponi, 1994), (Arzarello, Olivero, Paola & Robutti, 2002), (Restrepo, 2008).

Nous avons perdu notre naïveté, nous comprenons mieux les raisons d'être des difficultés rencontrées. Nous avons développé des cadres théoriques et des constructions conceptuelles qui nous permettent de mieux appréhender les problèmes (cf. par exemple la notion « d'Humans-with-Media » centrale dans (Borba & Villarreal, 2006)), et de prendre en compte leur dimension socio-culturelle et institutionnelle, ce qui est essentiel si l'on se situe dans une perspective curriculaire. L'approche instrumentale que nous avons évoquée dans la partie précédente en est un exemple dont l'usage déborde largement aujourd'hui le contexte des CAS qui lui a donné naissance (Guin, Ruthven & Trouche, 2005). La deuxième étude ICMI en illustre d'ailleurs bien les potentialités dans plusieurs de ses chapitres. Mais elle n'est bien sûr pas la seule.

Par ailleurs, les recherches qui s'étaient centrées au départ sur les élèves se sont déplacées, dans ce domaine aussi, vers l'enseignant, nous aidant à comprendre l'évolution du métier liée à la technologie et les besoins réels de formation. Cette évolution est, elle aussi, très visible dans la seconde étude ICMI dont l'une des cinq sections est centrée sur les enseignants. Comme le soulignent Lulu Healy et Jean-Baptiste Lagrange dans leur introduction à cette section :

Those studies that do exist indicate that modifying teaching practices to include new tools is no mean feat for teachers. In addition to mastering the various possibilities for doing mathematics offered by different digital tools, they also are faced with the need to rethink a number of classroom management issues, adapt their teaching styles to include new forms of interactions – with students, between students and between students and mathematical ideas – take a more prominent role in designing learning activities for their students and confront a range of epistemic issues related to the acceptance and legitimization of unfamiliar or even completely new mathematical practices. (Healy & Lagrange, 2010, p. 288).

Encore une fois, ces résultats produits par la recherche contrastent avec un discours de promotion des TICE qui a longtemps minimisé l'accroissement d'expertise enseignante requis par un usage productif des outils numériques. Les TICE ont certes d'emblée été perçues comme des catalyseurs de changement, comme le moyen de faire évoluer des pratiques enseignantes jugées trop étroitement transmissives, mais le discours usuel tendait à laisser penser que, grâce aux TICE, des pratiques différentes, devenaient aisément accessibles et automatiquement productives. La réalité était bien sûr tout autre. Les travaux recensés dans l'étude ICMI qui s'appuient sur différents cadres théoriques : l'approche instrumentale étendue à l'enseignant, la double approche ergonomique et didactique des pratiques enseignantes, la théorie de l'activité notamment, nous aident à comprendre la complexité du travail de l'enseignant en environnement informatique. Ils nous fournissent des catégories qui décrivent des niveaux d'intégration différents des TICE et permettent de repérer des positionnements différents. Ils nous donnent à voir des dynamiques possibles d'évolution. Ils nous montrent enfin que les pratiques de formation, qu'il s'agisse de formation initiale ou formation continue, très souvent, ne répondent toujours pas de façon satisfaisante aux besoins maintenant mieux identifiés (Tapan, 2006), (Emprin, 2007). Au sein de mon équipe de recherche, ces travaux sont

particulièrement présents (cf. par exemple (Vandebrouck, 2008), (Lagrange, 2009) pour des visions synthétiques).

Mais si la recherche progresse et nous aide à penser les impacts curriculaires futurs et les moyens à mettre en œuvre pour combler, dans ce domaine, le décalage existant entre intentions curriculaires et réalité des classes, il nous faut constater aussi que, dans la dernière décennie, l'évolution technologique a profondément changé le contexte. Comme souligné plus haut, vis-à-vis de ce qu'offrent aujourd'hui les technologies numériques à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, les outils qui ont d'abord été visés par l'intégration curriculaire : calculatrices, logiciels de géométrie dynamique, tableurs, CAS..., ne constituent qu'une partie limitée du paysage, et ces outils eux-mêmes se transforment pour tirer parti des nouvelles potentialités offertes. Par rapport à cette explosion technologique, le monde de l'éducation mathématique me semble en être encore à une phase d'exploration, d'innovation foisonnante. La recherche, dans ce domaine, est loin de nous fournir des connaissances assurées pour guider l'action didactique. Dans son développement, elle peut et doit bien sûr s'appuyer sur les connaissances construites dans le travail sur les environnements technologiques plus classiques, mais elle doit aussi les questionner tant les pratiques d'apprentissage, les systèmes d'interaction didactique sont modifiés par ce nouveau contexte.

S'agissant plus directement de questions curriculaires, cette histoire nous montre que les décisions curriculaires qui prônent ou même exigent l'introduction des technologies sans prêter une attention suffisante aux besoins d'une intégration efficace, au-delà des seuls besoins matériels, qui restent aveugles au fait que les outils technologiques que nous utilisons affectent ce que nous apprenons et non seulement comment nous l'apprenons, qui veulent mettre la technologie au service de valeurs et de buts de l'enseignement fondamentalement inchangés, ont une lourde responsabilité dans les échecs constatés. Nous avons aussi appris que, dans ce domaine comme ailleurs, des changements importants imposés d'en haut sont loin d'être une solution. Il faut savoir imaginer des dynamiques curriculaires qui assurent au long des trajectoires une distance raisonnable entre le nouveau et l'ancien, une distance suffisante pour produire les évolutions nécessaires, mais aussi acceptable et supportable. Il faut savoir accompagner ces évolutions par des systèmes de formation des enseignants, initiale et continue adaptés. Il me semble enfin que cette histoire nous montre qu'il faut prendre sérieusement en compte, comme je le souligne dans ma contribution à l'étude ICMI (Artigue, 2010), la métaphore de la complexité et la capacité des systèmes complexes à s'auto-organiser pour aboutir à des structures originales et intéressantes, dans des conditions favorables. L'histoire récente nous conduit en effet à penser que l'évolution technologique, en modifiant profondément les structures relationnelles, va sans aucun doute favoriser l'émergence et le développement de processus « bottom-up », qui peuvent être source de nouvelles dynamiques curriculaires, et de formes d'impact curriculaire direct ou indirect des technologies dont nous avons jusqu'ici peu l'expérience.

Références

- Artigue, M. (1989). Une recherche d'ingénierie sur l'enseignement des équations différentielles en DEUG première année. *Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*. IMAG, Grenoble.
- Artigue, M. (1997). Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage, *Educational Studies in Mathematics*. (33), 133-169.
- Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas : desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. In E. Mancera, C. Pérez, *Historia y Prospectiva de la Educación Matemática, Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Mexico : Edebe Ediciones Internacionales, pp. 9-21
- Artigue, M. (Ed.) (2009). Connecting Approaches to Technology Enhanced Learning in Mathematics : The TELMA Experience. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14 (3).
- Artigue M. (2010).). The Future of Teaching and Learning Mathematics with Digital Technologies. In, C. Hoyles, J.B. Lagrange (Eds.) *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. Springer, pp. 463-476
- Arzarello, F.; Olivero, F.; Paola, D.; Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 34 (3).
- Baron, G. (1987). *La constitution de l'informatique comme discipline scolaire*. Thèse de Doctorat. Université Paris V.
- Borba, M.; Villarreal, M. (2006). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. New York : Springer.
- Cornu, B.; Ralston, A. (1992). *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching*. Science and Technology Education. Document Series 44. Paris : UNESCO.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, pp. 95-123.
- Dubinsky, E., McDonald, M. (2001). APOS : A constructive theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton, *The teaching and learning of mathematics at university level. A ICMI Study*, pp. 275-282. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Emprin, F. (2007) : *Formation initiale et continue pour l'enseignement des mathématiques avec les TICE : cadre d'analyse des formations et ingénierie didactique*. Thèse de doctorat. Université Paris 7.
- Grugeon-Allys, B., Pilet, J., Delozanne, E., Chenevotot, F., Vincent, C., Prévot, D., El Kechai, N. (2011). PepiMep : différencier l'enseignement du calcul algébrique en s'appuyant sur des outils de diagnostic, *MathémaTICE* (24), <http://revue.sesamath.net/spip.php?article338>
- Guedet, G. (2007). Emploi de Mathenpoche et apprentissage, *Repères IREM*. 66, 5-25.
- Guedet, G., Trouche, L. (2010) *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Guin, D.; Ruthven, K.; Trouche, L. (2005). *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators. Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument*. New York : Springer.

- Healy, L.; Lagrange, J. (2010). Introduction to Section 3. In C. Hoyles, J.B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. New York : Springer, pp. 287-292.
- Hoyles C, Lagrange J. (2010). *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. New York : Springer.
- ICMI (1985). *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching*. Université Louis Pasteur. Strasbourg.
- Lagrange J. (2009). *GUPTEN : Rapport final*. <http://gupten.free.fr/g-rapres.htm>
- Laborde C.; Capponi B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (1-2), 165-210.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms*. New York : Basic Books.
- Rabardel, P. (1995). *L'homme et les outils contemporains*. Paris : A. Colin.
- Restrepo, A. (2008). *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de sixième*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Tapan S. (2006) *Différents types de savoirs mis en oeuvre dans la formation initiale des enseignants de mathématiques à l'intégration de technologies de géométrie dynamique*, Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier. Grenoble.
- UNESCO (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Paris : UNESCO. <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776F.pdf>
- Vandebrouck F. (Coord.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octares Editions.