

El Modelo Interactivo, una innovación curricular en matemática: resultados de su implementación en el contexto educacional chileno¹

Gonzalo Villarreal Farah

gonzalo.villarreal@centrocomenius.org

Fidel Oteiza Morra²

fidel.oteiza@centrocomenius.org

Universidad de Santiago de Chile, Centro Comenius
Chile

Resumen³

En este trabajo se analiza los resultados de la implementación de un modelo de innovación curricular en matemática que se implementó en escuelas públicas de Chile. Los resultados provienen del proyecto *Enlaces Matemática*⁴. Esta información, se complementa con datos del estudio conducente al grado de doctor realizado por uno de los autores⁵. Este proyecto se basa en el modelo interactivo para el aprendizaje matemático desarrollado por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago (Oteiza & Miranda, 2004), cuyo modelo ha sido diseñado, desarrollado y probado desde las salas de clases. De los antecedentes analizados se concluye que para lograr cambios en las prácticas docentes y mejoras en el logro de aprendizajes, se requiere de un modelo curricular que integre en forma natural diferentes recursos para el profesor y el alumno, los que consideren el total de contenidos del currículo vigente. Además, se requiere un proceso de acompañamiento y apoyo permanente, que se centre en la apropiación del modelo por parte de los participantes y que apoye en los cambios de roles involucrados. Se muestra, en forma consistente, que los alumnos participantes del proyecto obtienen mejores resultados que alumnos que no participan en este. Esto permite inferir sugerencias y recomendaciones en los procesos de innovación curricular.

¹ Este trabajo, con algunas modificaciones realizadas por los autores, corresponde a una conferencia de la XIII CIAEM, celebrada en Querétaro, México, en julio de 2007.

² Fidel Oteiza es expresidente del Comité Interamericano de Educación Matemática.

³ El abstract y las key words fueron agregados por los editores.

⁴ Proyecto financiado con fondos del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile y el Centro Comenius de la USACH. Más antecedentes en: <http://www.comenius.usach.cl/enlacesmat>

⁵ Programa de Doctorado de "Multimedia Educativa" de la Universidad de Barcelona. Tesis dirigida por la profesora Begoña Gros y realizada por Gonzalo Villarreal Farah.

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2011. Año 6. Número 9. pp 51-76. Costa Rica

lar, cambio de prácticas docentes, cambios de roles en los actores del proceso educativo y estrategias para apoyar a docentes y alumnos en la apropiación de estas innovaciones.

Palabras clave

Innovación curricular, aprendizaje matemático, educación pública chilena, TIC.

Abstract

This paper analyzes the results of the implementation of a model curriculum innovation in mathematics in public schools in Chile. The results come from the project *Enlaces Matemática*. This information is supplemented with data from the study leading to Ph. D. degree by one of the authors. This project is based on interactive mathematical teaching model developed by Comenius Center, University of Santiago (Oteiza & Miranda, 2004), whose model has been designed, developed and tested from the classrooms. From the evidence examined to ensure it is concluded that changes in teaching practices and improvements in learning achievement, it requires a curricular model that integrates naturally different resources for teacher and student, consider the total content of current curriculum. In addition, it requires a process of fostering and ongoing support, focusing on the appropriation of the model by the participants and to support changes in the roles involved. It is shown consistently that students participating in the project perform better than students not involved in this. This allows inference suggestions and recommendations on curricular innovation processes, changing teaching practices, changes in roles of the actors of the educational process and strategies to support teachers and students in the appropriation of these innovations.

Key words

Curricular Innovation, Mathematical Learning, Chilean public education, ICT.

1. Introducción

La educación está en la mente de todos los que en este momento hacen política pública. Tanto el discurso como los esfuerzos de Gobierno muestran que es un sector estratégico e imprescindible para el desarrollo nacional. Los diagnósticos recientes (OCDE, 2004) coinciden en que, si bien se han realizado acciones e inversiones importantes, los resultados no lo esperado y con logros desiguales, donde las diferentes pruebas nacionales e internacionales de medición de logros de aprendizajes en matemática, son significativamente deficitarios.

La reforma curricular, impulsada en la última década, requiere cambios en las metodologías utilizadas por los docentes, dejando en manos de estos, sus es-

cuelas y comunidades, la estrategia y desarrollo de los proyectos que permitan implementar dichos cambios en sus aulas. Esto, si se miran las condiciones reales de trabajo de los docentes, respecto a número de horas frente a cursos, número de alumnos por sala, recursos disponibles, entre otros, junto con la prioridad entregada al mejoramiento de logros de aprendizajes de los estudiantes, termina por verse imposibilitada en la práctica, la implementación de la reforma.

Según Ávalos, respecto a la formación y desarrollo profesional docente señala que “Sin embargo, no se llega a formular una política integrada y coherente de formación y desarrollo profesional docente para el mediano plazo”, centrándose esta política, en promover los aprendizajes de los alumnos y la calidad en las escuelas, planteándose las acciones de los docentes como “emergentes”, según las propias demandas de estas políticas (Ávalos, 2003).

Los cambios sociales y las necesidades externas hacia la educación son variadas y crecientes. Diferentes autores al referirse a los factores que están cambiando profundamente la sociedad contemporánea, señalan como los principales: el impacto de la revolución causada por la tecnología de la información; el impacto de la globalización; el impacto del conocimiento científico y tecnológico (Brünner 2003; Cox en Hevia, 2003).

Los resultados en las diferentes pruebas estandarizadas nacionales e internacionales de medición de logros de aprendizajes de contenidos matemáticos, son significativamente deficitarios (Pisa, 2006; TIMSS, 2003; Simce, 2004).

En lo referido al reconocimiento social de la profesión docente, si bien en los últimos años ha mejorado el promedio de puntajes en las pruebas de ingreso a carreras de educación (Bellei, 2003), y a nivel político se observan avances en el discurso respecto a una valorización de la profesión docente, sin embargo, al momento de analizar los magros resultados, estos mismos políticos apuntan principalmente toda su crítica a los profesores (Felmer, 2008).

En este escenario, es de gran relevancia investigar y desarrollar modelos que permitan modificar las prácticas docentes, lograr una participación más activa de los alumnos como principales actores de su proceso de aprendizaje y mejorar dichos aprendizajes.

2. Marco Conceptual

González (2000), al citar a Piaget, señala que el conocimiento matemático es el resultado de un desarrollo interno del sujeto, fruto de un proceso individual de interiorización a partir de las acciones realizadas con los objetos, donde el

individuo que accede a las operaciones formales sería capaz de resolver cualquier tipo de problema, independiente de su contenido. En este marco lo importante no es enseñar los distintos contenidos matemáticos, sino la de ayudar a desarrollar operaciones cognitivas básicas (seriar, ordenar, compartir, clasificar, entre otros), donde los principios lógicos matemáticos puedan utilizarse para codificar todas las actividades.

El mismo autor al citar a Vygotski, se refiere a que el desarrollo cognitivo tiene su origen en la interacción social y de la incorporación de los signos del habla, donde el desarrollo cognitivo en el niño aparece dos veces, primero a nivel social y luego individual, pudiéndose esto aplicar a la memoria lógica y la formación de conceptos.

Así, es la actividad generada en un contexto culturalmente organizado, lo que genera el conocimiento. Desde este punto se hace necesario descubrir el conocimiento matemático en cualquier lugar, contextualizándolo a la vida diaria, de manera de abstraer las acciones con significado matemático, para su posterior formalización.

El aprendizaje de la matemática es complejo para los estudiantes, entre otros aspectos, ya que no lo visualizan, es abstracto y con una simbología propia. Se reconoce en la matemática una naturaleza dual, como sistema abstracto y autocontenido y como instrumento para la resolución de problemas prácticos de la vida real (Onrubia, Cochera & Barberà, 2001). Se requiere que la matemática sea generalizable y más visible, de manera que los alumnos al utilizarla hagan explícito su conocimiento, se propongan conjeturas y las pongan a prueba, se generen modelos, se discuta y verifiquen las ideas sobre los problemas planteados y soluciones encontradas (Oteiza & Villarreal, 2005).

Un aspecto importante en el aprendizaje matemático, es el conocimiento de los procedimientos de su construcción. Según Onrubia et al. (2001), en estrecha relación con este conocimiento procedimental –relacionado con el saber hacer–, está el conocimiento declarativo –relacionado con el saber decir–, el cual aporta elementos importantes y necesarios de reconocer para manejar aspectos particulares, como lo es ejecutar procedimientos para identificar las características de un problema y sus condiciones internas.

Los estudiantes en muchas oportunidades aprenden procedimientos en forma algorítmica, sin saber necesariamente en que contexto utilizarlo (Schoenfeld, 1992). Frente a este problema, es importante, como factor de apoyo al aprendizaje de la matemática, el que los alumnos manejen el conocimiento condicional, el cual permite a un estudiante saber cuando y cómo aplicar los procedimientos aprendidos.

Respecto a los criterios de selección de las actividades, Barberà propone desplazar la atención desde los contenidos hacia las habilidades, que se desarrollan en el trabajo de los contenidos específicos, permitiendo esto pensar en términos del desarrollo cognitivo de los alumnos, así como también analizar las actividades matemáticas de aprendizaje y las de evaluación. Las habilidades propuestas son: recoger información; traducir, cambiando de código -verbal, numérico o gráfico-; inferir; transformar; inventar; aplicar; representar; anticipar; elegir; organizar; relacionar; memorizar; argumentar; evaluar; comprobar; y transferir (Barberà, 1995).

Un problema detectado en la enseñanza de la matemática, se refiere a que los docentes no han sido formados en la estrategia de resolución de problemas, si bien dicen conocerla, no saben como enseñarla, hacerla explícita a sus alumnos y como trabajar las estrategias y heurísticas asociadas. En la literatura se sabe la importancia del uso de esta estrategia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000a; 2000b; Polya, 1979; Santos, 2008; Schoenfeld, 1989; Villarreal, 2005). También se sabe por su naturaleza, lo difícil que es su implementación (Gaulin, 2001, Lacasa y Herranz, 1995, Monereo, 2000; Pifarré 2004; Pifarré & Sanuy, 2002, Rizo & Campistrous, 2002). Por otra parte, diferentes estudios también presentan los beneficios que tiene el trabajar resolución de problemas haciendo uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000c; Onrubia, Cochera y Barberà, 2001; Schoenfeld, 1989; Waits, 2003; entre otros). En particular, se requiere una propuesta, que asuma estos desafíos y entregue herramientas y recursos a profesores y alumnos, de manera de trabajar y avanzar en la estrategia de resolución de problemas.

Pelgrum se refiere a las discusiones y debates sociales que presentan ideas sobre la necesidad de reformas educativas que permitan a las personas sobrevivir en una sociedad de la información. En particular destaca la necesidad de tender a un desplazamiento de los estudiantes como consumidores pasivos a una recogida de conocimiento activo y productivo (Pelgrum, 2001).

Según Luceño, la sociedad actual requiere individuos capaces de adaptarse, para aprender nuevas técnicas, formular problemas y resolverlos hábilmente, es decir personas que piensen de forma flexible, eficaz y creativa. Además este autor señala que la tecnología presentará nuevas posibilidades de cómo hacer y aprender matemática, con lo cual se tendrán nuevas exigencias a los educadores matemáticos (Luceño, 1999).

Según Coll (2004), las TIC permiten generar nuevas formas de mediación entre los alumnos y los contenidos, donde los alumnos pueden acceder a los contenidos directamente sin la interacción directa del profesor, explorarlos tanto como

deseo o necesite, siguiendo distintos “itinerarios” de indagación en relación a sus niveles de comprensión y sus preferencias, etc.

La interactividad de los entornos simbólicos apoyados en las TIC, permite un mayor protagonismo del estudiante, mejorando su motivación y autoestima, facilitando la adaptación de la enseñanza a sus características, junto con promover la comprensión y el aprendizaje de los contenidos (Coll, 2004).

Respecto a la política pública en educación y tecnología, en Chile se ha implementado una de las iniciativas con mayor apoyo, más prolongada y mejor evaluada por los profesores, que ha buscado entre otros objetivos, modificar las prácticas de los docentes, disminuir la brecha digital y el mejorar los aprendizajes de los alumnos, es el proyecto Enlaces. Esta es la iniciativa de informática educativa impulsada por el Ministerio de Educación de Chile, que por más de una década y media, ha incorporado a más de 8.500 establecimientos. Ha sido reconocida en informe de la OCDE (2004) como una de los tres componentes estratégicos para cambiar las oportunidades de aprendizaje (en conjunto con la reforma educacional y la jornada escolar completa).

Enlaces, tiene la particularidad y fuerza, reconocida a nivel mundial, de vincular a diferentes actores, como lo son: el Ministerio de Educación; Universidades; y establecimientos educacionales. El Proyecto Enlaces, ha instalado una importante cantidad de recursos, con una inversión en tecnología desde el año 2000 hasta el 2008 de un total de US\$228 millones. El promedio nacional de alumnos por computador ha ido desde el año 2000 bajando de 70 a 23 alumnos por computador al año 2008, esperándose llegar a 10 alumnos por computador al 2010. Aproximadamente el 75 % de la matrícula escolar tiene acceso a Internet y de ella el 67 % accede a una conexión de banda ancha (Centro de Educación y Tecnología, 2009).

El uso de un recurso tecnológico tiene un sentido, en el marco de una práctica o de una actividad en la cual interviene. Al ser esto insertado en prácticas y actividades puede acabar teniendo usos distintos de aquél que estaba pensado. De esta manera los usos de las TIC, dependen: de la naturaleza y características del recurso tecnológico; de la utilización esperada del recurso; y el desarrollo de las actividades de enseñanza y aprendizaje (Coll, 2004).

Estas herramientas permiten que los alumnos examinen el problema desde diferentes perspectivas, donde la generación inmediata de diferentes representaciones, ayuda a que los alumnos analicen cualidades matemáticas relacionadas con el problema trabajado. Se producen cambios que pueden ser tanto en el tipo de tarea y problema, como en la forma de plantear las actividades de aprendizaje (Santos, 2001).

La utilización de herramientas computacionales, permiten que los alumnos “manipulen la matemática”, de manera que la manejen por sus propiedades a diferencia de los bosquejos o figuras que se hacen con lápiz y papel. Los estudiantes pueden manipular parte de las configuraciones y ver los cambios o invariantes, donde la observación de los invariantes en una representación es fundamental, para desarrollar conjeturas y en el proceso de argumentación de dichas conjeturas por parte de los alumnos (Santos, 2001).

Una dificultad no estudiada suficientemente que surge al intentar utilizar herramientas TIC en la educación matemática, tiene que ver con el cambio necesario en la actuación pedagógica del profesor, ya que su uso implica un cambio de estrategia de enseñanza. Ya no es útil un esquema expositivo y lineal. Por tanto, se requiere diseñar y experimentar estrategias para facilitar la interacción del alumno con los conceptos matemáticos que se desea enseñar. He aquí que surgen actividades como: experimentar, conjeturar, generalizar, poner a prueba hipótesis, deducir, reflexionar sobre la tarea, entre otros, que son elementos extraños a una situación de clases expositiva tradicional (Pifarré, 2004; Santos, 2008).

De este modo, es importante contar con soluciones curriculares, acordes con los planes y programas vigentes, con capacidad para facilitar procesos de aprendizajes pertinentes, además que haga uso efectivo de las tecnologías de la información, los que tienen grandes posibilidades de ser percibidas como adecuadas y necesarias en la situación actual del país.

Una propuesta orientada a superar estas dificultades y avanzar en el desarrollo de modelos que permitan mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, es el modelo interactivo para el aprendizaje matemático. Este modelo fue desarrollado entre los años 2001 y 2004 en el marco del proyecto de desarrollo curricular *Aprender matemática creando soluciones* llevado a cabo por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile (Oteiza, Araya & Miranda, 2004). El modelo interactivo se entiende como una formulación teórica (ideal) acerca de los elementos básicos que constituyen una situación apropiada de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y de la interrelación dinámica que existe entre dichos elementos.

3. Metodología

3.1. Objetivo

Transferir a 50 establecimientos escolares el proyecto “Enlaces Matemática” evaluado y validado el año 2004 por el Centro de Educación y Tecnología,

Enlaces, con la finalidad de mejorar el aprendizaje matemático de estudiantes de Educación Media, mediante, un modelo interactivo que haga uso de la infraestructura informática instalada por Enlaces, y en donde se conjuguen, desarrollo curricular, uso pertinente y culturalmente situado de las tecnologías de la información y comunicación y actualización profesional de docentes.

3.2. El modelo pedagógico

Uno de los pilares conceptuales de este trabajo es el modelo interactivo para el aprendizaje matemático. El modelo fue desarrollado en el marco del proyecto FONDEF D00I1073 *Aprender matemática creando soluciones* entre los años 2001 y 2004 (Oteiza, Araya & Miranda, 2004). De acuerdo con Oteiza y Miranda (2004), en su aplicación práctica el modelo sirve como procedimiento para orientar las decisiones de quienes generan situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática; de los docentes en su acción de facilitación de los aprendizajes y de quienes evalúen los aprendizajes alcanzados por los estudiantes. Consecuentemente, en su formulación se encuentran orientaciones y criterios para adoptar decisiones en relación con los diferentes momentos involucrados y, cuando corresponde, las orientaciones están referidas a los diferentes actores que participan en el proceso.

Las ideas centrales que caracterizan el modelo son: estar centrado en la actividad del alumno; estar basado en fundamentos teóricos y prácticos; entregar herramientas al profesor, profesora y alumnos; trabajar aspectos multidimensionales del aprendizaje; considerar diversos momentos para el aprendizaje (exploración, generación de conjeturas, formalización y práctica); estar basado en el nuevo currículo de matemática chileno; usar tecnología de información y telecomunicaciones; incluir propuestas innovadoras de evaluación de aprendizajes que van más allá de las evaluaciones basadas en papel y lápiz, aunque éstas también son usadas por supuesto.

A partir de esto, se desarrolló un curso de actualización profesional, del cual a continuación se presenta un resumen de los principales servicios y recursos:

- **Curso de actualización docente:** puesta a prueba de un modelo de programa semi-presencial de actualización profesional a los docentes participantes, para que desarrollen las competencias pedagógicas requeridas.
- **Lanzamiento de unidad:** reuniones con los docentes en los cuales se trabaja en cada una de las unidades los contenidos involucrados, además de transferir las sugerencias metodológicas y didácticas para dicha unidad y los recursos que la componen.
- **Talleres matemática con tecnología:** son reuniones en las que se trabajan los recursos tecnológicos considerados en el modelo, para trabajar

en las diferentes unidades, con una mirada desde los contenidos matemáticos.

- **Materiales:** para el alumno, para el profesor, material concreto, material de referencia, evaluaciones.
- **Acompañamiento y apoyo en aula:** visitas programadas a cada sala en las que cada profesor recibe, el apoyo de un profesional que realiza demostraciones en aula, en el uso de las TIC en el laboratorio y sesiones de trabajo para aclarar aspectos de la aplicación del modelo, apoyar las necesarias adaptaciones que los materiales requieren a situaciones específicas y apoyo en la realización y entrega de los trabajos calificados.
- **Acompañamiento virtual:** los profesores participan de un espacio, virtual, en el cual se les acompaña en forma permanente en la implementación del modelo en sus salas de clases. Este espacio permite la realización de discusiones pedagógicas en el marco del modelo, del conocimiento especializado matemático y del uso de las tecnologías. Adicionalmente, por medio de actividades y trabajos calificados, se les orienta y acompaña en acciones que le permiten preparar, discutir y analizar la forma en que se implementa el modelo y sus recursos en cada sala de clases.

3.3. Los participantes

El proyecto *Enlaces Matemática*, financiado por el Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile y el Centro Comenius, ha trabajado desde el año 2004 a la fecha en más de 200 establecimientos educacionales de 9 regiones del país de un total de quince, con 483 docentes y más de 52.000 alumnos.

Este artículo presenta los principales resultados obtenidos de la implementación durante el año 2006, el cual se implementó durante un año electivo, donde participaron un total de 100 salas⁶ de segundo y tercero medio (grados 10 y 11 respectivamente). De estos, el 53 % son establecimientos son municipalizados⁷ y 47 % de establecimientos particulares subvencionados⁸. Estas salas se encuentran en tres de las quince regiones que componen el territorio nacional, todas del sector centro de Chile. En total participaron 52 establecimientos, 50 profesores de segundo año de enseñanza media, 50 profesores de tercer año de enseñanza media, 4.257 alumnos.

⁶ Se entiende por sala a un grupo compuesto por su profesor(a) y sus estudiantes.

⁷ Establecimientos financiados en un 100 % con aporte del estado.

⁸ Establecimientos financiados con aportes del estado y de los padres y otras instituciones.

3.4. Los recursos del modelo

A continuación, se describe el material didáctico utilizado en el modelo interactivo, tanto materiales, como recursos tecnológicos. El cual contiene: material para el profesor, material para el alumno, material de referencia, material concreto, y recursos tecnológicos.

El **material para el profesor** explica en forma detallada la propuesta pedagógica, cada una de las actividades de aula diseñadas y los énfasis y precauciones que debe considerar el profesor al ponerlas en práctica con sus estudiantes. Incluye, además, el material de evaluación, materiales de apoyo adicional y una descripción completa del modelo interactivo para el aprendizaje matemático.



Figura 1: Material para el profesor.

El **material para el alumno** incluye las guías de trabajo para apoyar la exploración, comprensión y apropiación de los conceptos y conocimientos relevantes establecidos en el programa oficial del Ministerio de Educación.



Figura 2: Material para el alumno.

Las principales características de las guías de trabajo son:

- Permiten el trabajo individual o en pequeños grupos de alumnos.

- Están dirigidas e interpelan directamente a los alumnos, dejando claramente establecido lo que el estudiante debe hacer (por ejemplo, leer, analizar, escribir una conjetura, trazar una línea entre dos puntos, comparar dos cantidades, explicar por qué sucede algo, etc.) en un lenguaje claro y comprensible para su nivel de lenguaje y conocimiento.
- Disponen de un espacio específico y adecuado para que los estudiantes escriban sus respuestas, realicen los cálculos necesarios o hagan sus diagramas o dibujos requeridos por la actividad.
- Tienen una extensión apropiada para permitir el trabajo en clases, de modo que exista un inicio, un proceso y un cierre claro para cada una de ellas y que éste no se extienda más allá de tres clases por cada guía.
- Orientan e incentivan el trabajo independiente de los alumnos, ya sea en sus casas o en otros espacios del establecimiento.
- Trabajan con modelos matemáticos generales que le permitan al estudiante comprender situaciones y aplicar el conocimiento en diferentes contextos.

El **material concreto**, corresponde diferentes recursos manipulativos, que apoyan el trabajo de distintos contenidos. Este se compone de fichas, transparencias para proyectar, palos de madera, dados, “juego de los factores” material de cuadrados y rectángulos que permite ayudar a trabajar el contenido de factorización, entre otros.

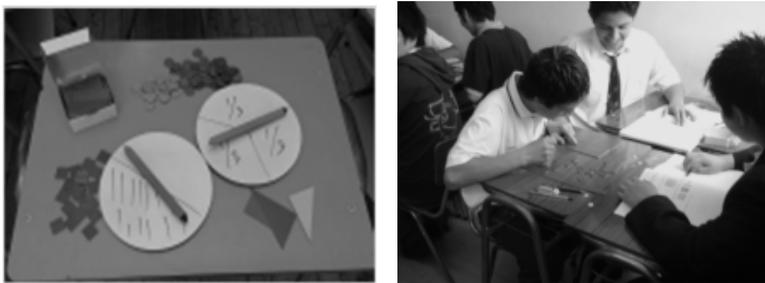


Figura 3: Material concreto.

Los **recursos tecnológicos**, son applets, software, templates y otros dispositivos digitales para apoyar el uso de la tecnología informática en forma pertinente y adecuada a las actividades de aprendizaje diseñadas. Este esta intencionado desde algunas guías que solo funcionan con tecnología o son propuestas al docente en el material del profesor, donde se describe cómo y cuando utilizarla.



Figura 4: Recursos tecnológicos.

Otros materiales son:

El **material de referencia**, es un material que contiene una presentación de los contenidos matemáticos propiamente tal. El material de **evaluación** para los alumnos, que hace entrega de distintos instrumentos de evaluaciones para diagnosticar y medir los avances de los estudiantes.

3.5. Análisis y sistematización de la información

Se implementó un proceso de evaluación a alumnos y profesores. A los alumnos se les desarrolló una evaluación al inicio, durante (al finalizar cada unidad) y al término del proyecto. A los docentes se los evaluó al inicio y al término del proceso. Para ello, se utilizaron tanto instrumentos estandarizados como pautas de observación para recopilar información.

Dentro de los procedimientos de evaluación para la constatación de logros alcanzados por alumnos y docentes se utilizaron las siguientes estrategias:

Con los estudiantes: Diseño de instrumentos de pre y postest; se aplica instrumentos a grupo experimental (utiliza el modelo interactivo) y control (no utiliza el modelo interactivo); evaluaciones a modo de diagnóstico (conductas de entrada) y postest de los aprendizajes esperados de matemática, utilizando para ello un instrumento diseñado para tal efecto.

Con los docentes: Diseño de instrumentos de pretest y postest; evaluación a modo de pre y postest de logro de aprendizajes en contenidos matemáticos en los cuales participa en el proyecto con un grupo curso.

4. Resultados

4.1. Descripción de los participantes

Este artículo presenta los principales resultados obtenidos de la implementación durante el año 2006, el cual se implementó durante un año electivo, donde

participaron un total de 100 salas de segundo y tercero medio (grados 10 y 11 respectivamente). De estos, el 53 % son establecimientos son municipalizados y 47 % de establecimientos particulares subvencionados. Estas salas se encuentran en tres de las quince regiones que componen el territorio nacional, todas del sector centro de Chile. En total participaron 52 establecimientos, 50 profesores de segundo año de enseñanza media, 50 profesores de tercer año de enseñanza media, 4.257 alumnos.

En Chile, el 93 % de los estudiantes, asisten a colegios municipalizados o particulares subvencionados, distribuyéndose la matrícula aproximadamente en un 50 % para cada grupo.

Los docentes, participantes del proyecto, en su mayoría (73 %), tienen una edad entre 35 y los 54 años, más del 78 % tiene 13 o más años de experiencia docente y un 43 % tiene más de 20 años de experiencia docente. Un 84 % de los docentes es titulado como profesor de matemática y solo un 10 % tiene estudios adicionales.

La tabla siguiente tabla presenta un resumen de los establecimientos incorporados al proyecto, señalando número, salas, alumnos y tipo de dependencia, organizado por regiones.

Tabla 1
Total de establecimiento por región y dependencia

Región	Establecimientos	Salas	Alumnos	Salas Municipales	Salas Subvencionados
Quinta	18	36	1.520	25	11
Sexta	11	19	812	9	10
Metropolitana	23	45	1.925	19	26
Total	52	100	4.257	53	47

La siguiente tabla presenta un detalle de datos de los establecimientos y alumnos, organizado por región y nivel.

Tabla 2
Total de establecimiento y alumnos por región, nivel y dependencia

Región	Salas		Alumnos		Salas Municipales		Salas Subvencionados	
	2o.	3o.	2o.	3o.	2o.	3o.	2o.	3o.
Quinta	19	17	779	741	13	12	6	5
Sexta	9	10	372	440	4	5	5	5
Metropolitana	22	23	935	990	11	8	11	15
Total	50	50	2.086	2.171	28	25	22	25

4.2. Evaluación docente

La prueba aplicada, tanto de pre y post-test a los profesores, contempló 28 ítems, con los contenidos trabajados tanto en segundo como en tercero medio⁹ (grados 10 y 11). Los profesores rindieron pruebas según el nivel en el cual se encontraban participando en salas del proyecto. En promedio participaron un 80 % de los docentes. Esta evaluación, equivalía a un 30 % de la calificación final del curso de actualización curricular en la cual participaban estos docentes.

La tabla siguiente muestra los resultados generales de los docentes, por nivel, pre y post-test.

Tabla 3
Resultados por nivel pre y post-test prueba de profesores de segundo y tercero medio

Nivel	Pre-test	Post-test	Diferencia
Segundo medio	66,21 %	76,02 %	9,81 %
Tercero medio	81,79 %	89,29 %	7,50 %

Se puede observar que los profesores de ambos niveles mejoran en el post-test. Si bien los docentes de segundo medio tienen un mayor aumento en el logros entre pre y post-test con una diferencia entre ambos de 9,8 %, sin embargo, los mejores resultados los tienen los docentes de tercero medio que en el post-test obtienen un 89,3 % del logro en el post-test.

La tabla siguiente presenta los resultados del pre y post-test aplicado a profesores que participaron en salas del proyecto de segundo medio, según unidad (contenidos).

Tabla 4
Porcentaje de logros en prueba de pre y potest para profesores de segundo medio

Test	Nº Prof.	PRC*	Operatoria	Probabilidades	Circunferencia	Semejanza	Modelos
Pre-test	39	66,21 %	76,50 %	58,97	52,99 %	65,38 %	72,44 %
Post-test	42	76,02 %	80,95 %	73,81	67,86 %	80,95 %	77,08 %
Diferencia		9,81 %	4,45 %	14,84 %	14,87 %	15,57 %	4,64 %

*PRC: porcentaje de respuestas correctas

⁹ Contenidos segundo medio: Operatoria de expresiones algebraicas; Probabilidades; La circunferencia y sus ángulos; Semejanza de figuras planas; Modelos matemáticos de situaciones reales.

Contenidos tercero medio: Euclides y Trigonometría; Función Cuadrática y raíz Cuadrada; Probabilidades; Desigualdades e Inecuaciones.

La figura siguiente muestra los resultados comparativos entre pre y post-test, en todas las unidades, para los resultados de los profesores de salas de segundo medio.

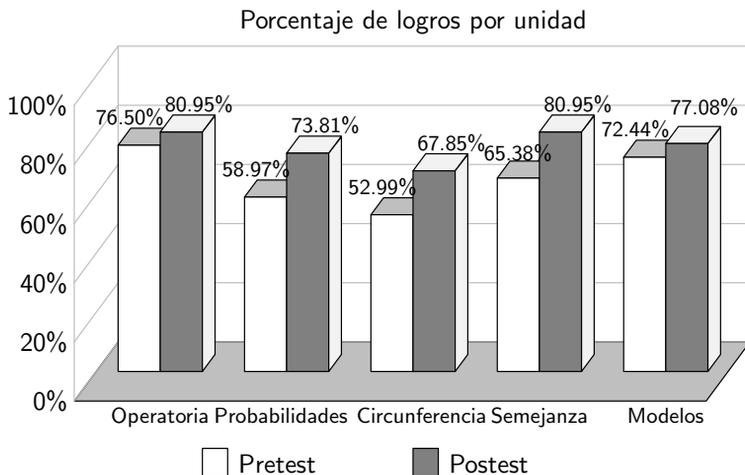


Figura 5: Resultados de logros por unidad pre y post-test profesores de segundo medio.

Se observa que en el post-test los docentes mejoraron en forma significativa el logro de sus resultados con un porcentaje de respuestas correctas en promedio de 9,8 %. Las mayores diferencias se observan en las unidades que tenían en el pre-test más bajos resultados. Se destaca “Semejanza de figuras planas” con 15,6 %, la de “Circunferencia y sus ángulos” con 14,9 % y “Probabilidades” con 14,8 %, que corresponden a aquellos contenidos con mayores dificultades para los docentes, según información que se posee a nivel nacional. De igual manera se destaca que las unidades con mejores resultados en el post-test son: “Operatoria” y “Semejanza de figuras planas” con 81,0 %.

La tabla siguiente presenta los resultados del pre y post-test aplicado a profesores que participaron en salas del proyecto de tercero medio, según unidad (contenidos).

Tabla 5
Porcentaje de logros en prueba de pre y post-test para profesores de tercero medio

Test	Nº Prof.	PRC*	Euclides	Función	Probabilidades	Desigualdad
Pre-test	40	81,79 %	80,31 %	88,86 %	63,50 %	86,25 %
Post-test	40	89,29 %	85,00 %	93,41 %	86,00 %	90,63 %
Diferencia		7,5 %	4,69 %	4,55 %	22,5 %	4,38 %

*PRC: porcentaje de respuestas correctas

La figura siguiente muestra los resultados comparativos entre pre y post-test, en todas las unidades, para los resultados de los profesores de tercero medio.

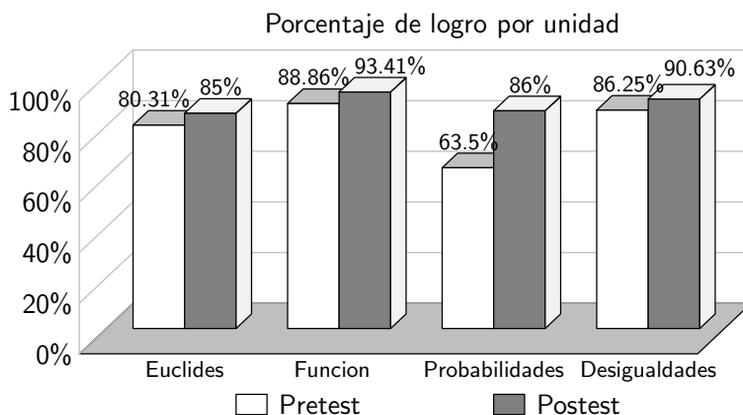


Figura 6: Resultados de logros por unidad pre y post-test profesores de tercero medio.

Se observa que en el post-test los docentes mejoraron en forma significativa el logro de sus resultados con un promedio de porcentaje de respuestas correctas de 7,5 %. Las mayores diferencias se observan en las unidades que tenían en el pre-test más bajas. Se destaca “Probabilidades” con un aumento de 22,5 % y el resto de las unidades con un aumento cercano al 5 %. Las unidades con mejores resultados en el post-test son: “Función Cuadrática y raíz Cuadrada” con un 93,4 % y “Desigualdades e Inecuaciones” con un 90,6 %.

La figura siguiente muestra la distribución de los porcentajes de logros en las pruebas de pre-test y post-test para segundos medios.

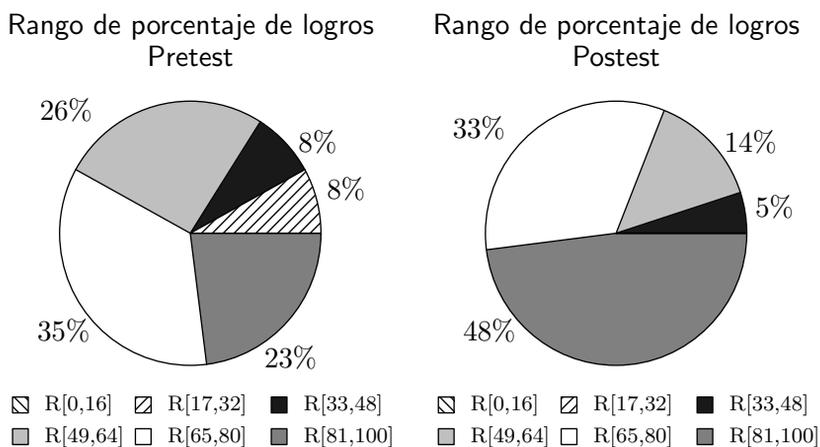


Figura 7: Resultados por rango de porcentaje de logros pre y post-test profesores de segundo medio.

Se observa que un 42 % de los docentes, obtienen porcentajes de logros menores a 64 % en el pre-test, sin embargo, en el post-test el porcentaje de docentes en este rango baja a un 19 %. Por otra parte, en el pre-test un 58 % de los docentes tiene porcentajes de logros sobre los 65 %, el cual se incrementa significativamente en el post-test a un 81 % de los docentes. Finalmente en el rango superior de logros, es decir igual o superior a 81 %, en el pre-test solo un 23 % de los docentes se encuentra en el, frente a un 48 % de los docentes en el post-test, con una diferencia de 25 %.

La siguiente figura muestra la distribución de los porcentajes de logros en las pruebas de pre-test y post-test para segundos medios.

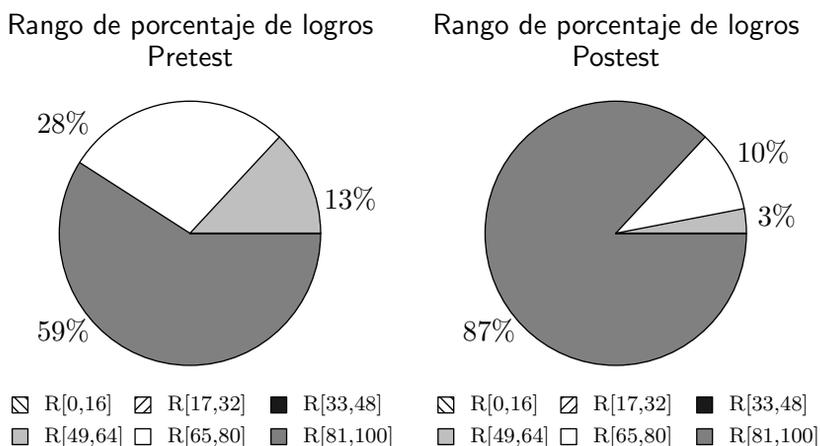


Figura 8: Resultados por rango de porcentaje de logros pre y post-test profesores de tercer medio.

Se puede observar que un 13 % de los docentes, sus porcentajes de logros son menor a 64 % en el pre-test, sin embargo, en el post-test el porcentaje de docentes en este rango baja significativamente a un 3 %. Por otra parte, en el pre-test un 87 % de los docentes tiene porcentajes de logros sobre los 65 %, el cual se incrementa significativamente a un 97 % de los docentes. Finalmente se observa que en el rango superior de logros, es decir igual o superior a 81 %, en el pre-test un 59 % de los docentes se encuentra en este rango, frente a un 87 % de los docentes en el post-test, con una diferencia de 28 %.

4.3. Evaluación alumnos

4.3.1. Descripción sitios experimentales

En forma adicional, a los datos de número de establecimientos, salas y alumnos presentados anteriormente en las tablas 1 y 2, se presenta la siguiente tabla

con el número de salas y alumnos de segundo medio que participan en el proyecto, tanto en salas experimentales como control. Las salas experimentales o salas proyecto, hicieron uso del modelo interactivo para el aprendizaje matemático, las salas control hicieron uso de estrategias y metodologías habituales utilizadas en sus respectivos establecimientos.

Tabla 6
Número de salas y alumnos de Segundo Medio

Región	Experimental		Control	
	Salas	NºAlumnos	Salas	NºAlumnos
Quinta	19	779	6	270
Sexta	9	372	5	225
Metropolitana	22	935	24	1080
Total	50	2.086	35	1.575

La tabla siguiente presenta el número de salas y alumnos de tercero medio que participan en el proyecto, tanto en salas experimentales como control.

Tabla 7
Número de salas y alumnos de Tercero Medio

Región	Experimental		Control	
	Salas	NºAlumnos	Salas	NºAlumnos
Quinta	17	741	4	180
Sexta	10	440	7	318
Metropolitana	23	990	21	945
Total	50	2.171	32	1.440

4.3.2. Resultados prueba de pre y post-test

La tabla siguiente presenta el porcentaje de respuestas correctas en pre y post-test de segundos y terceros medios.

Tabla 8
Porcentaje de respuestas correctas prueba de pre y post-test
2º y 3º medio por grupo

Porcentaje de logros por nivel	Pre-test			Post-test		
	Experimental	Control	Diferencia*	Experimental	Control	Diferencia*
2º Medio	38,31	36,43	1,88	48,26	44,21	4,1
3º Medio	35,08	31,73	3,35	47,39	34,56	12,8

*Diferencia = Experimental - Control

En el pre-test, los grupo control y experimental de segundo medio tienen resultados muy cercanos. De igual manera la diferencia entre el grupo control y experimental en tercero medio es de 3,4 %, a favor de este último. En el post-test ambos niveles, los grupos experimentales tienen mejores resultados que los grupos control. Existe una diferencia a favor del grupo experimental en tercero medio, con una diferencia de 12,8 %.

La tabla siguiente presenta el logro de aprendizajes en el pre-test de segundos y terceros medios, según establecimientos municipalizados y subvencionados.

Tabla 9
Porcentaje de respuestas correctas pre-test 2° y 3° medio
según tipo de dependencia

Tipo de dependencia	Segundo medio			Tercero medio		
	Experimental	Control	Diferencia*	Experimental	Control	Diferencia*
Municipal	33,72	37,85	-4,13	32,89	33,5	-0,61
Particular Subvencionado	41,19	35,05	6,14	36,90	30,26	6,64

*Diferencia = Experimental - Control

Se puede observar que tanto en segundo como en tercero medio en los liceos municipalizados hay una diferencia de 4,1 % y 0,6 %, respectivamente, a favor del grupo control, sin embargo, hay una diferencia de 6,1 % y 6,6 %, respectivamente, a favor de los colegios experimentales de colegios subvencionados.

La tabla siguiente presenta el logro de aprendizajes en el post-test de 2° y 3° medios, según establecimientos municipalizados y subvencionados.

Tabla 10
Porcentaje de logro de aprendizajes prueba final 2° y 3° medio logros
según tipo de dependencia

Tipo de dependencia	Segundo medio			Tercero medio		
	Experimental	Control	Diferencia*	Experimental	Control	Diferencia*
Municipal	42,38	46,29	-3,91	43,79	31,68	12,11
Particular Subvencionado	53,30	42,38	10,92	50,69	36,47	14,22

En todos los grupos y niveles, con excepción de las salas control de segundo medio de establecimientos municipalizados, obtienen mejores resultados los grupos experimentales. En efecto, tanto en los colegios subvencionados de segundo y tercero medio y en los municipalizados de tercero medio, el grupo experimental tiene mejores resultados que el grupo control, con diferencias que van entre 10,9 % y 14,2 % a favor del grupo experimental, encontrándose las mayores diferencias a favor de los grupos experimentales en el nivel de tercero medio.

En este marco, se puede señalar que a nivel nacional, en forma sistemática y en las distintas evaluaciones realizadas, como lo son la prueba SIMCE¹⁰ y PSU¹¹, los alumnos de establecimientos particulares subvencionados tienen mejores resultados que los alumnos de establecimientos municipalizados. Sin embargo, durante la implementación de este proyecto durante tres años, se ha obtenido que los establecimientos municipalizados de grupos experimentales, en este caso de segundo y tercero medio, tienen resultados iguales o mejores, que los establecimientos subvencionados de grupo control. Este último aspecto, junto a los mejores resultados de los grupos experimentales, es uno de los logros más relevantes del proyecto.

4.3.3. Resultados prueba de unidad

La tabla siguiente presenta el logro de aprendizajes de los alumnos de segundo medio, en las pruebas de unidad. Estas pruebas corresponden a instrumentos proporcionados por el proyecto mediante un sistema computacional, por medio del cual los docentes lo pueden imprimir, multicopiar, aplicar a sus alumnos y posteriormente ingresar las respuestas de cada uno de ellos, para lo cual, el sistema en tiempo real proporciona diferentes reportes. Las pruebas de unidad son aplicadas a los alumnos una vez que estos han trabajado el total de contenidos de una unidad temática.

Cabe señalar que se presentan aquellos resultados donde hay un número apropiado de establecimientos que ingresaron dichos resultados.

¹⁰ SIMCE es la sigla para el Sistema de Medición de la Calidad del Aprendizaje mediante el cual se miden en Chile los logros alcanzados por todos los estudiantes de un determinado nivel, aplicado todos años a alumnos de grado 4 y año por medio, intercalando a alumnos de grado 8 y 10.

¹¹ PSU es la sigla para la prueba de selección de ingreso a la universidad, la que se aplica a todos los alumnos egresados de cuarto año medio (grado 12), que deseen continuar estudios universitarios.

Tabla 11
Porcentaje de logros en pruebas de unidad y número de alumnos
que la rinde de 2° medio

Unidad	Control		Experimental		Diferencia
	N° Alumnos	PRC	N° Alumnos	PRC	
Operatoria de expresiones algebraicas	1.055	45,5 %	1.581	49,5 %	4 %
Semejanza de figuras planas	574	37,5 %	1.243	46,4 %	9 %
Probabilidad y estadística	125	50,2 %	884	53,1 %	3 %

Se observa que en las tres pruebas de unidad el grupo experimental obtienen mejores resultados que el grupo control, destacándose la unidad de Semejanza de figuras planas, con un aumento de 9% a favor del grupo experimental.

La tabla siguiente presenta el logro de aprendizajes de los alumnos de tercero medio, en las pruebas de unidad. Cabe señalar que se presentan aquellos resultados donde hay un número apropiado de alumnos cuyos profesores aplicaron la prueba y subieron sus respuestas al sistema.

Tabla 12
Porcentaje de logros en pruebas de unidad y número de alumnos de 3° medio

Unidad	Control		Experimental		Diferencia
	N° Alumnos	PRC	N° Alumnos	PRC	
Euclides y Trigonometría	766	34,2 %	1.488	50,8 %	17 %
Función Cuadrática y raíz Cuadrada	290	32,7 %	680	52,0 %	19 %
Probabilidades	298	29,0 %	163	56,7 %	28 %

En las tres pruebas de unidad el grupo experimental obtienen mejores resultados que el grupo control, destacándose la unidad de Probabilidades, con una diferencia de 28% a favor del grupo experimental.

4.3.4. Resultados prueba SIMCE segundos medios

Como se señaló anteriormente, la prueba SIMCE es una prueba estandarizada que se aplica a los segundos años de enseñanza media cada dos años.

La tabla siguiente, presenta los resultados del SIMCE 2006, de salas experimental y control de segundo medio.

Tabla 13
Resultados SIMCE Matemáticas de salas Experimentales y Controles

Experimental	Control	Diferencia
264,13	236,03	28,1

Al comparar los promedios de los alumnos de salas experimentales y controles en la prueba SIMCE Matemáticas, se ve que los alumnos experimentales tuvieron mejor rendimiento, teniendo una diferencia de 28,096 puntos. Cabe mencionar que el promedio nacional en la prueba fue de 252 puntos, mostrando el grupo experimental un mejor rendimiento que el promedio nacional.

La tabla siguiente presenta los resultados de la prueba Simce para segundo medio, comparando por tipo de dependencia a colegios experimentales y controles.

Tabla 14
Resultados SIMCE Matemáticas por dependencia de salas Experimentales y Controles

Tipo de dependencia	Experimental	Control	Diferencia
Municipal	242,5	231,4	11,1
Particular Subvencionado	277,4	233,7	43,7

Se puede observar que los alumnos de salas experimentales tuvieron mayores puntajes promedios, para los dos tipos de dependencia, que los alumnos de salas controles, siendo mayor la de establecimientos particular subvencionados, donde estos logran 43,7 puntos entre los promedios de los alumnos experimentales con los alumnos controles.

La tabla siguiente detalla los resultados del SIMCE de los alumnos experimentales y controles por grupos socioeconómicos.

Tabla 15
Puntajes SIMCE 2006 segundo nivel socioeconómico de los establecimientos donde se aplicó el proyecto, contrastados con los promedios nacionales según

Socioeconómicos	Experimental	Media SIMCE	Diferencia
Bajo	236	218	18
Medio Bajo	262,45	234	28,5
Medio	274,44	267	7,5

Se observa que en todos los niveles socioeconómicos, los grupos experimentales estuvieron sobre la media nacional del SIMCE, para dicho grupo.

5. Conclusiones

La implementación del modelo interactivo para el aprendizaje matemático en el contexto del proyecto Enlaces Matemática, permitió observar que es factible, aunque difícil, lograr un cambio cultural en relación a cómo se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática actualmente. En particular, se ha demostrado que es factible cambiar los roles, tanto del profesor como del alumno, observándose cambios significativos a lo que es una sala de clase tradicional.

Esta experiencia ha permitido observar, que el cambio cultural respecto a la disposición hacia la matemática y tender a un pensamiento que “si se puede”, desde la perspectiva que todos pueden aprender matemática.

Los materiales permiten “nivelar hacia arriba” el trabajo del docente y los logros de aprendizaje. Por medio de los recursos disponibles y acompañamiento a los docentes.

En el marco del modelo interactivo, se ha generado un texto distinto a los tradicionales, diferenciando el texto del profesor, del alumno y el de referencia, de calidad, evaluado interna y externamente¹², pertinente para profesores y alumnos, basado en la reforma educacional y principalmente integrado con diferentes recursos (material concreto y tecnológico) y estrategias de acompañamiento a los docentes.

Los profesores participantes del proyecto, mejoraron en el logro de conocimientos de los contenidos matemáticos que trabajan con sus alumnos. Tanto en el post-test de la prueba de segundo medio como de tercero medio, los profesores mejoraron los resultados, en un 9,8 % y un 7,5 % respectivamente. Se destaca, que aquellos contenidos más deficientes en el manejo de los docentes, como geometría y probabilidades, aumentaron entre 15 % y 23 %. Además, en comparación con el pre-test, se observa un aumento del 25 % en el número de profesores que obtuvieron en el post-test sobre 81 % de logros de aprendizajes.

Respecto a los logros de aprendizajes de los alumnos, se trabajó con un grupo experimental, que utilizó el modelo interactivo para el aprendizaje y un grupo control que no implementó dicho modelo, ni tampoco hizo uso de los recursos proporcionados por el proyecto. Se puede señalar, que en todas las unidades

¹² En forma sistemática se ha evaluado el modelo y sus distintas componentes, al interior del Centro Comenius-USACH. Además, en forma externa, un grupo de profesionales, altamente calificados, de educación matemática de la Pontificia Universidad Católica de Chile, por encargo del Centro de Educación y Tecnología, Red Enlaces, del Ministerio de Educación de Chile, evaluó el modelo interactivo para el aprendizaje matemática, concluyendo con altas valoraciones a su metodología, coherencia, logros de aprendizajes y buena recepción por parte de profesores y alumnos.

los alumnos de los grupos experimentales, tienen mejores resultados que los del grupo control, destacándose los resultados de tercero medio en donde los alumnos de cursos experimentales superan entre 17 % y 28 % a los de grupo control. En las pruebas finales, que incluyen la totalidad de contenidos que fueron trabajados por los alumnos, las salas experimentales, tanto en segundo como en tercero medio, tienen mejores resultados que los alumnos de salas control, con un aumento del 4 % y 13 % respectivamente.

Un aspecto de interés nacional, ha sido mejorar y disminuir la brecha entre los estudiantes de establecimientos municipalizados (financiados solo con aportes del estado) y los particulares subvencionados (financiados con aportes del estado, de los padres y/o de otras instituciones). En este aspecto, se puede señalar que los resultados de los establecimientos municipalizados, tanto de segundo como de tercero medio, de salas experimentales son superiores a las salas particular subvencionadas del grupo control.

Se ha podido observar, en forma sistemática en los distintos años en que se ha implementado el proyecto, que los establecimientos con mejores resultados, son aquellos que han realizado una adecuada apropiación del modelo por parte de los profesores y alumnos y un apoyo e interés permanente por parte de sus equipos directivos.

Profesores y alumnos, valoraron el modelo, los materiales, el apoyo de los profesionales que los acompañaban y en particular el espacio de formación docente, que responde a sus reales necesidades.

Bibliografía

- Ávalos, B. (2003). La formación de profesores y su desarrollo profesional. Prácticas innovadoras en busca de políticas. El caso de Chile. en Cox, C., editor. Políticas educacionales en el cambio de siglo, Editorial Universitaria. Santiago, Chile.
- Bellei, C. (2003). ¿Ha tenido impacto la Reforma Educativa Chilena?, en *Políticas educacionales en el cambio de siglo* (Cristián Cox, editor). Editorial Universitaria, pp.125-209.
- Brünner, J. 2003. Informe Capital Humano en Chile. Santiago Chile: Universidad Adolfo Ibáñez. Escuela de Gobierno. Santiago, Chile.
- Centro de Educación y Tecnología, Red Enlaces, Ministerio de Educación. (2009). En <http://www.redenlaces.cl/>
- Coll, C. (2004). Psicología de la educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación. Una mirada constructivista. *Sinéctica*, 25, 1-24.
- Cox, C. 2003. El nuevo currículum del sistema escolar, en Hevia, R. La Educación en Chile Hoy. Ediciones Universidad Diego Portales, Santiago, Chile.
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*. N° 19. En http://www.berrikuntza.net/edukia/matematika/sigmaaldizkaria/sigma_19/TENDENCI.PDF

- Goldenberg, P. (2000). Thinking (And Talking) About Technology in Math Classrooms. En *Education Development Center, Inc.* http://www2.edc.org/mcc/iss_tech.pdf
- González, R. (2000). *Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. Barcelona. Cedecs.
- Jonassen, D. (2000a). Computers as mindtools for schools. EE.UU.: Prentice-Hall.
- Jonassen, D. (2000b). Toward a Meta-Theory of Problem Solving. *Educational Technology: Research & Development*, 48 (4), 63-85.
- Lacasa, P. & Herranz P. (1995). *Aprendiendo a aprender: Resolver problemas entre iguales*. Madrid: Ministerio de Educación y ciencia CIDE.
- Luceño, J. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*. Barcelona. Aljibe.
- Monereo, C. (2000). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Visor.
- OCDE. (2004). Revisión de políticas nacionales de educación, Chile. Paris: OCDE.
- Onrubia, J., Cochera, M., y Barberà, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En Coll, C. Palacios, J. y Marchesi, A. *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza.
- Oteiza, F. & Villarreal, G. (2005). *Enlaces Matemática: Una experiencia de transferencia al aula*. Primer encuentro de proyectos de innovación tecnológica, Centro de Educación y tecnología Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- Oteiza, F., Araya, R. & Miranda, H. (2004). *Aprender matemáticas creando soluciones: Material del profesor*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.
- Oteiza, F. & Miranda, H. (2004). *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.
- Pelgrum, W. (2001). Obstacles to the integration of ICT in education: results from a worldwide educational assessment. *Computers in Education*, 37, 163-178.
- Pifarré, M. y Sanuy, J. (2002). La resolución de problemas entre iguales: incidencias de la mediación del ordenador en los procesos de interacción y el aprendizaje. *Infancia y Aprendizaje*. 25 (2), 209-225.
- Pifarré, M. (2004). *El ordenador y el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas en la E.S.O.* Lleida. Universidad de Lleida.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. Mexico: Trilla. (1ª Edición 1957).
- Rizo, C. y Campistrous, L. (2002). *Didáctica y solución de problemas*. UNESCO. En http://www.unesco.cl/pagina_ciencia_02/Documento/didactica_y_solucion_de_problemas.doc
- Santos, M. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y Perspectiva*. (20), 247 - 258.
- Santos, M. (2008). La Resolución de problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. *Memoria del seminario Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.
- Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En Resnick, L. y Klopfer, L. (1989). *Curriculum y Cognición*. Buenos Aires: Aique.

- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En D. Grouws. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- SIMCE. (2004). Prueba SIMCE 2° Medio 2005. *Análisis de resultados. Departamento de Planificación y estudio, división de planificación y presupuesto. Ministerio de educación de Chile*. <http://www.simce.cl/>
- Villarreal, G. (2005). La resolución de problemas en matemática y el uso de las TIC: resultados de un estudio en colegios de Chile, *Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, Núm. 19./julio 05 <http://edutec.rediris.es/Revelec2/revelec19/Villarreal.pdf>