Max Fernández de Castro

Symbolic Knowledge fron Leibniz to Husserl, editado por Abel Lassalle Casanave, *College Publications*, 2012

En 2008 Paolo Mancosu llamó la atención sobre el hecho de que la filosofía de las matemáticas en los últimos cincuenta años se había centrado casi exclusivamente en resolver el problema de Benacerraf acerca del acceso epistémico a los objetos abstractos, dejando de lado ciertos problemas que aparecen y pueden ser tratados y resueltos solo a través de una atención mayor a la práctica matemática. Uno de esos problemas desatendidos lo plantea un tipo de conocimiento que no es característico de las matemáticas, si bien se da paradigmáticamente en esta disciplina: es el llamado conocimiento simbólico, es decir, el conocimiento que se obtiene por manipulación de signos, a veces mecánicamente, a veces con alguna vaga consciencia de su significado, por contraste con el conocimiento intuitivo que se obtiene de la observación directa de su objeto de estudio. El presente volumen, resultado conjunto del trabajo de cuatro investigadores sudamericanos, está consagrado a cómo este tópico ha sido tratado por algunos filósofos a lo largo de la historia. El libro comienza con Leibniz que es el primer autor que de manera explícita reflexiona sobre la naturaleza de este tipo de conocimiento y señala algunas de sus características más sobresalientes, para seguir después con Kant, Boole, Schröder, Frege y finalizar con Husserl. En lo que sigue hago una breve revisión del contenido subrayando en varios casos la importancia para la moderna filosofía de las matemáticas de los temas tratados.

El primer capítulo, consagrado a Leibniz, está a cargo de Oscar Esquisabel. Comienza observando que, a pesar de que el término ‘conocimiento simbólico’ fue acuñado por Leibniz, aparece poco en sus escritos. Sin embargo, la noción a que el término refiere aparece en la obra de este autor bajo otras denominaciones que resaltan una u otra de sus propiedades. Quizás la más sobresaliente de estas designaciones sea la de “conocimiento ciego” o “pensamiento ciego” que enfatiza el carácter sintáctico de una manipulación simbólica que genera conocimiento. Esto conduce a una dualidad. Por un lado, la ciega obediencia a reglas formales puede guiar el pensamiento abreviando la excesiva complejidad de los significados. El ejemplo paradigmático es el álgebra elemental. Por otro lado, la obscuridad en que son operados los símbolos también puede extraviar la mente. Aquí el ejemplo prototípico son los peligros a que nos expone la comprensión en lenguaje ordinario. Esta tensión es uno de los temas fundamentales del capítulo. ¿Cómo lograr una característica universal sin los riesgos a que hemos hecho alusión? ¿Cómo Leibniz resuelve esta aparente oposición? Son las preguntas que trata de responder Esquisabel. Su hipótesis es que ambas características del pensamiento ciego son desarrolladas paralelamente y convergen en el *Discurso de Metafísica* y en los *Nuevos Ensayos*, entre otras obras. Para sustentarla registra con mucho detalle y erudición las diversas apariciones de ambas nociones. En esta revisión aparece un tema que, a mi juicio, es central en la filosofía de las matemáticas y que está ligado al pensamiento simbólico: el conocimiento que se obtiene por medio de una demostración, entendida esta como mero encadenamiento de definiciones. Allí Leibniz recurre a la función de abreviación o condensación que otorga la notación: la imposibilidad de pensar simultáneamente conceptos muy complejos que se ve subsanada por el recurso a símbolos que condensan el pensamiento. Esta función solo puede cumplirse satisfactoriamente bajo ciertas condiciones. En todo caso, las demostraciones de este tipo no generan conocimiento nuevo (tal vez deberíamos agregar: desde el punto de vista lógico) pero sí información novedosa desde el punto de vista psicológico. Aquí aparecen varios temas que tendrían importancia posterior: la codificación de demostraciones formales por números (una de las ideas centrales del teorema de Gödel inspirada en Leibniz), la posible fecundidad de las demostraciones (que Frege defiende) y las condiciones bajo las cuales una prueba sintáctica es correcta. La siguiente sección desarrolla los rasgos del pensamiento simbólico señalados por Leibniz en diversos pasajes de su obra, tales como su función abreviadora o psicotécnica, la subrogación, su carácter estructural, la sensualización del pensamiento, entre otras. Por último, la sustitución del pensamiento por cálculos abre la posibilidad de demostraciones mecánicas o algorítmicas. Esquisabel advierte que entre algunos de estos rasgos subsiste una tensión, por ejemplo, entre el carácter mecánico y la función de visualización del pensamiento simbólico, pero apunta que puede ser resuelta si concebimos que la intuición en cuestión no se refiere a ideas sino a estructuras. El recorrido que hace el autor es muy completo y pasa por temas que, como he apuntado, han sido y son de interés para la filosofía de la lógica y de las matemáticas contemporáneas. Me parece que una cuestión importante no está más que esbozada: ¿cómo podemos saber que un formalismo nos conduce por el buen camino y no nos extravía como lo hace el pensamiento verbal?

El segundo capítulo, a cargo de Abel Lassalle Casanave, versa sobre cómo la noción de conocimiento simbólico es tratada en la obra de Kant, en un primer momento en concordancia con la concepción leibniziana, para apartarse después en la *Crítica de la Razón Pura*. La primera sección resume las características ya enumeradas del conocimiento simbólico, sus características positivas y negativas y resalta la singularidad y rareza del conocimiento intuitivo. Allí el autor pasa revista a las tres concepciones del álgebra que existen a partir del siglo XVII: como un método para resolver problemas aritméticos y geométricos principalmente, como un instrumento de un cálculo en que no todos los signos tienen un papel subrogativo y, tercero, como un estudio de relaciones. Cada una de ellas corresponde a un tipo de conocimiento simbólico: subrogativo, instrumental y formal. Después aclara que Kant utiliza la expresión ‘conocimiento simbólico’ con otro sentido, a saber, para designar el tipo de conocimiento intuitivo que procede sólo a través de analogías. Sin embargo, el filósofo de Königsberg no fue indiferente al problema del uso de signos y su manipulación en la obtención de conocimiento, aunque sus tesis a este respecto varían del opúsculo “Sobre la distinción de los principios de la teología natural y de la moral” (1763) a la *Crítica*. En la primera obra se halla una reflexión sobre las diferencias y similitudes entre los métodos de la filosofía y los de la matemática. Esta última es definida como la ciencia de las magnitudes y es dividida en aritmética y álgebra y, por supuesto, en relación con la segunda se plantea el problema de la manipulación simbólica de acuerdo con reglas fijas en que el significado de los símbolos desaparece a medio proceso y es restituido al final. En la misma obra Kant también trata la geometría como fundada en la función subrogativa de los símbolos y en una manipulación de estos (aunque no completamente ciega). Las figuras son signos con “similitud imitativa”, es decir, cumpliendo parcialmente una función subrogativa y, en parte, como caracteres que se pueden alterar siguiendo reglas fijas, concepción de la geometría que también aparece en la obra de Leibniz. Para Kant la manipulación simbólica en matemáticas es un medio de conocimiento porque esta ciencia considera en concreto sus conceptos bajo signos. El matemático puede inferir usando signos en lugar de conceptos, cosa que no puede hacer el filósofo. Una vez señaladas las similitudes entre el pensamiento de ambos filósofos, Lassalle Casanave nos previene contra una apresurada asimilación: no hay en Kant un conocimiento intuitivo del cual el conocimiento simbólico fuese un sucedáneo, sino sólo un acceso a los conceptos por medio de la reflexión. Lo que, según Kant, podemos hacer es “reemplazar esta “consideración de lo universal *en abstracto*” por medio de signos y manipularlos con certeza *ante oculos*" (p. 64), que no es exactamente lo mismo. La siguiente sección analiza las diferencias entre los métodos de la filosofía y los de las matemáticas en la *Crítica* y en el periodo precrítico comparándolas siempre con la perspectiva leibniziana. Para Leibiniz hay demostraciones *ectéticas* (en que los caracteres aunque son manipulados de acuerdo con reglas, representan de manera *ectética*) y demostraciones conceptuales que se dan en el lenguaje natural "por consideración de los conceptos fijados por su definición" (p. 64). Para Kant (en la época precrítica) ambos tipos de demostración se dan en matemáticas, pero en filosofía es muy diferente. Mientras que Leibniz concibió la posibilidad de un lenguaje universal en que las verdades pudiesen obtenerse algorítmicamente, para el filósofo de Königsberg la filosofía no puede proceder de la misma forma. El contenido de los conceptos filosóficos es dado, aunque solo confusamente, y parte de la tarea de la filosofía es su clarificación que culminaría, en el mejor de los casos, en una definición. El concepto matemático no existe antes de su definición. La definición compone notas arbitrariamente con la única condición de que no se contradigan entre sí y genera el concepto. Por eso el matemático puede empezar con definiciones o axiomas. En la *Crítica* aparece de nuevo esta distinción pero abordada desde una nueva perspectiva. De nuevo aparece la contraposición entre conceptos matemáticos construidos y conceptos filosóficos dados y susceptibles de análisis, pero ahora la tarea de la filosofía va más allá: debe validar nuestro conocimiento: "tal ensanchamiento requiere como una condición necesaria que los conceptos racionales (metafísicos o matemáticos) sean ligados a la intuición: esquemas filosóficos o construcciones matemáticas" (p. 67). Kant continúa oponiéndose al *mos geometricus* en filosofía pero ahora "la definición no cumple la tarea de regular los términos del lenguaje natural … sino que prueba la realidad objetiva del concepto definido…" (p. 67). Otras diferencias importantes en esta obra en relación con el periodo precrítico son las figuras consideradas ya no como caracteres sino como exhibiciones de los conceptos. De igual manera en aritmética la preeminencia del aparato notacional cede paso a la construcción ostensiva de conceptos (como exhibición de sucesiones de puntos, por ejemplo). En álgebra sucede algo similar, según Kant, aunque de modo menos evidente: debe haber una construcción simbólica a través de expresiones simbólicas. En palabras de Kant: "la manera en que los algebristas proceden con sus ecuaciones… no es una construcción geométrica, pero es aún una construcción característica, en la cual uno despliega conceptos por signos en la intuición". (A734/B762) (p. 70). Otros ejemplos de la misma concepción kantiana del método de las matemáticas cierran este capítulo. Me parece que el análisis de Lassalle Casanave aporta interesantes reflexiones sobre la filosofía de las matemáticas kantiana. De particular interés para la filosofía contemporánea me parecen las anotación sobre lo que es la definición, en ambos periodos, y la distinción entre una figura geométrica empleada como símbolo sujeta a reglas de manipulación y la misma figura como ejemplo paradigmático de un concepto que la subsume.

En el tercer capítulo, Javier Legris rastrea la noción de conocimiento simbólico que se encuentra no tematizada, y ni siquiera mencionada, pero sí implícita en los orígenes de la lógica matemática, especialmente en las obras de Boole, Schröder y Frege. Me parece que el autor hace algunas observaciones dispersas, muy interesantes en este respecto. Una vez definida la forma en que comprenderá el término 'conocimiento simbólico', advierte la tensión, ya señalada en capítulos anteriores, entre dos rasgos de este tipo de pensamiento: el computacional, por un lado, y el estructural, por el otro. Brevemente observa que el desarrollo de la matemática moderna guió en la primera mitad del siglo XIX a la idea de verdad formal, es decir, "de la independencia de la verdad de un teorema de su contenido" (81) lo que, a su vez, sugirió la idea de una estructura formal del razonamiento y de una lógica como cálculo (opuesta tradicionalmente a la lógica como lenguaje universal). La siguiente sección resume las características del conocimiento simbólico: su funciones representacional, instrumental y psicotécnica, su carácter estructural, etc. Asimismo resalta otra interesante posibilidad de este tipo de conocimiento que apunta en dirección opuesta a su función representacional: el utilizar símbolos que juegan un papel instrumental en el cálculo pero que solo refieren a "ficciones útiles" (como los infinitesimales). Se trata, como señala Legris, de una modalidad distinta del conocimiento simbólico: "Esto es lo que ha sido llamado simbolismo operativo: la estructura simbólica "produce" las entidades representadas o rasgos de ellas, así que el simbolismo es en algún sentido anterior a ellas y no tiene una mera función representacional" (83). En efecto, si el simbolismo genera objetos propios entonces la posibilidad de isomorfismo o identidad estructural con la realidad estudiada desaparece. De nuevo se toca aquí un problema central a la filosofía contemporánea de las matemáticas, a saber: el de si la necesidad de postular entidades dentro de una teoría fructífera es suficiente para otorgarles existencia.

La siguiente sección examina el tema del conocimiento simbólico en la obra de G. Boole. Comienza con las raíces del álgebra de la lógica en las obras de los algebristas ingleses de principios del siglo XIX, Charles Babbage, John Herschel y Georges Peacock. Destaca cómo en ellas aparece una idea que Boole en *The Mathematical Analysis of Logic* (1847), al referirse al álgebra de su tiempo, resume de esta manera: "la validez del proceso de análisis no depende de la interpretación de los símbolos empleados, sino solamente de las leyes de su combinación. Cada sistema de interpretación que no afecta la verdad de las relaciones supuestas es igualmente admisible" (85). Boole extiende esta idea al estudio de la inferencia deductiva: una vez formuladas las premisas en un simbolismo adecuado la inferencia procederá algorítmicamente de acuerdo con reglas fijas preestablecidas sin recurso alguno a la interpretación de los símbolos. Boole pensó que esto podía efectuarse para toda proposición lógica. Como señala Legris, esta metodología es una forma particular de conocimiento simbólico. Después de algunos ejemplos de cómo se resuelvan problemas lógicos con los algoritmos en cuestión, hace algunas consideraciones generales sobre la forma en que Boole concibe su empresa. Para él, las leyes fundamentales "son aquellas operaciones de la mente por la cuales el razonamiento es efectuado" (89). Sin embargo –advierte Legris-, en la medida en que esto constituye "una justificación del simbolismo algebraico… constituye una renuncia del pensamiento simbólico en su sentido más estricto" (94).

La siguiente sección de este capítulo está consagrada a la obra de Ernest Schröder, otro de los grandes creadores de la lógica matemática contemporánea. Legris divide en tres su obra: a) "discusión del programa para un álgebra absoluta", b) desarrollo de las ideas de Boole, c) desarrollo del álgebra de relaciones de Peirce. Su concepción del álgebra y de la aritmética son lo suficientemente generales como para hacer abstracción de la naturaleza de los objetos, al grado de que la segunda incluye en su concepción de números a los nombres propios, algoritmos y sistemas de puntos, entre otras cosas. En lo que se refiere a nuestro tema, Schröder concibió un lenguaje universal en que la deducción pudiese alcanzarse a través de un cálculo simbólico. Encontramos en este autor referencias explícitas a Leibniz en lo que atañe al pensamiento simbólico. Para él, los sistemas simbólicos tienen una función subrogativa. Una interesante observación de Legris es que Schröder no intenta aplicar los métodos algebraicos a la lógica sino que concibe la lógica como una aplicación o, mejor, una parte, del álgebra. La lógica misma tiene una estructura algebraica en el sentido de que el conocimiento que procura es conocimiento de estructuras algebraicas.

La parte final del capítulo está dedicada a Frege. Legris se pregunta: ¿Qué queda de la tradición del conocimiento simbólico en el proyecto fregeano? Para responderla en la primera parte revisa los objetivos con que Frege expresamente creó su *conceptografía*: la perspicuidad inferencial, la perfección lógica, máxima precisión en el lenguaje, todo en un intento de revivir la *lingua characteristica*, el lenguaje universal, de Leibniz. En la práctica, la *conceptografía* produce conocimiento simbólico tanto por su carácter algorítmico como por su capacidad de representar estructuras aunque, como ha sido dicho, estos dos aspectos se encuentren en tensión. La estructura por representar es única y es la del mundo. Sin embargo, Legris nos recuerda que Frege en su controversia con Schröder acerca de los diferentes sistemas lógicos, considera su *conceptografía* no como un mero cálculo, sino como un lenguaje. La diferencia es que las expresiones de su sistema expresan siempre un contenido y no son, por tanto, como en la tradición algebraica de la lógica, meras formulas susceptibles de múltiples interpretaciones.

En este sentido, Frege parece situar su lenguaje de fórmulas fuera del conocimiento simbólico. La siguiente sección matiza estas afirmaciones basándose en dos aspectos de la *conceptografia*: primero, como Frege mismo reconoce (y es así como la vio Schröder), se trata de un cálculo en el sentido de que las reglas de formación y de transformación son completamente sintácticas. Aunque las fórmulas de la *conceptografía* expresen un contenido, la derivación procede por reglas tipográficas. En segundo lugar, la bidimensionalidad de la notación tiene un carácter diagramático. Al final del capítulo el autor enfatiza la importancia del conocimiento simbólico en los orígenes de la lógica matemática moderna y observa que la distinción entre lógica como cálculo y lógica como lenguaje no es tan tajante como parecía.

En el último capítulo, Jairo José da Silva muestra la importancia que tuvo el tema del conocimiento simbólico en la evolución del pensamiento de Husserl entre 1890 y 1901. El problema se le plantea a este filósofo cuando constató, un poco después de la publicación de la *Filosofía de la Aritmética*, que no había un concepto central subyacente a todas las aplicaciones de la aritmética general (*i. e*., el análisis y la teoría de funciones), lo que lo llevó a preguntarse cómo un mero juego simbólico podía tener tantas aplicaciones. De entre las varias formulaciones del problema probablemente las más recurrentes en la obra de Husserl son a) la de la justificación lógica y epistemológica de las teorías formales en sí mismas y b) la de las condiciones dentro de las cuales es legítima la introducción de objetos y operaciones nuevos en una teoría previa para obtener conclusiones concernientes al domino original de objetos de aquella (por ejemplo, la adjunción de los números complejos a los reales para obtener completud algebraica). Da Silva presenta tres respuestas a tres cuestiones que son distintos aspectos del problema del conocimiento simbólico. La primera alude a este tipo de conocimiento en referencia a sistemas simbólicos interpretados (o con contenido) y se halla en la *Filosofía de la Aritmética*. La segunda fue presentada por Husserl en dos conferencias dadas en 1901 en Göttingen. La tercera se encuentra en las *Investigaciones Lógicas*. En el recorrido y comentario de estas soluciones, Da Silva se propone mostrar que el problema del conocimiento simbólico, que Husserl se planteaba ya desde 1890, fue central en el tránsito desde la *Filosofía de la Aritmética* hasta las *Investigaciones Lógicas*, y que Husserl encontró una respuesta a la primera de las cuestiones mencionadas en 1896 y, a la segunda, en las conferencias de Göttingen de 1901, y que, a este respecto, su posición no cambió esencialmente. En la *Filosofía de la Aritmética*, Husserl afirma que, no pudiendo intuir más que los primeros números naturales, recurrimos a la intuición de los numerales (como sucedáneos de los números). La notación decimal (por ejemplo) establece una íntima conexión entre los números y sus representaciones simbólicas y entre las operaciones numéricas y los correspondientes algoritmos de manipulación simbólica. De esa forma los símbolos cumplen una función subrogativa imprescindible. Son el mejor sucedáneo de los números y sus relaciones, a falta de una intuición directa de estos a la mente humana. En cuanto al problema de justificar el razonamiento simbólico en general, Husserl en "Semiótica" pone dos condiciones para que un sistema simbólico produzca resultados fiables, a saber, primero "la correspondencia exacta entre juicios y expresiones simbólicas" (121) y, segundo, que la relación de derivación de conclusión a partir de premisas sea meramente mecánica, es decir, si entiendo bien a Da Silva, que la relación de inferencia sea codificada sintácticamente. La siguiente sección del artículo trata de la solución al problema de la introducción de los imaginarios en el Análisis, a que ya hicimos mención, en las conferencias de Göttingen de 1901. Estas charlas fueron dadas por Husserl a invitación de Hilbert en cuyo programa también se halla una respuesta a esta dificultad. La contrastación que hace Da Silva entre estas dos grandes figuras respecto de este tema es iluminadora. Reitero la formulación del problema: ¿En qué condiciones es legítima la introducción de nuevas entidades u operaciones en un dominio ya dado para obtener conclusiones concernientes a los objetos y operaciones de ese dominio original? La primera condición es obvia: la nueva teoría debe ser consistente. Para Hilbert este requisito es suficiente. Si la teoría extendida tiene modelo no puede contradecir ningún teorema de la teoría original. Husserl agrega una exigencia suplementaria: "un sistema que describiera los números naturales, por ejemplo, podía ser despojado de interpretación para ser extendido a un sistema (consistente) que pudiera ser interpretado por, digamos, los números naturales; pero ningún enunciado del sistema original podía ser aceptado como una aserción verdadera acerca de los números naturales, si no fuera probable en el sistema original" (127). La idea es que el sistema axiomático original decida cada aserción escrita en su lenguaje. "Verdadero en un dominio" debía equiparase con "derivable en la teoría de ese dominio". El final del capítulo resume las consideraciones de Husserl relativas a sistemas formales no interpretados. En particular se pregunta en qué sentido estos sistemas representan todas sus interpretaciones y qué justificación epistémica tienen. Esto abarca la cuestión de cuál es el objeto de estudio de un formalismo no necesariamente obtenido de una intuición determinada (otro tema central a la filosofía de las matemáticas). La respuesta de Husserl es que un sistema trata de todas sus interpretaciones de manera indirecta, pero no produce conocimiento de la naturaleza de los objetos de ningún dominio específico, sino solamente de la estructura común subyacente a esas interpretaciones. "El conocimiento simbólico nos provee con conocimiento de dominios de objetos no necesariamente existentes, sino sólo meramente posibles, pero únicamente con respecto a sus formas". Es parte de lo que llama "ontología formal".

A mi juicio, el libro muestra el carácter fructífero e imprescindible del análisis histórico para hacer una filosofía fundada en la práctica matemática.

Max Fernández de Castro. Departamento de Filosofía de la Universidad Autónoma Metropolitana. Recinto de Iztapalapa. México, D. F.